74-51-29-18
(178.1)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант №06

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы

по физике

Совин Кирилл Владимирович
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата
«22» марта 2016 года

Подпись участника
Кю

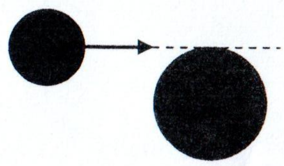
74-51-29-18
(178.1)

ЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 06 (10-11 классы)

Задание 1:

Вопрос: Гладкая шайба, скользящая по горизонтальной поверхности, столкнулась с такой же (по размеру и массе) покоящейся шайбой. Вектор ее скорости в результате удара повернулся на 30°. Под каким углом к направлению движения налетающей шайбы направлен вектор скорости другой шайбы после удара?

Задача: Гладкая цилиндрическая шайба покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В нее врезается шайба, изготовленная из того же материала, той же высоты, радиус которой в $n = 1{,}5$ раза меньше, чем у покоящейся. Линия движения центра налетающей шайбы касается боковой поверхности покоящейся. Под какими углами к направлению движения налетающей шайбы будут двигаться шайбы после упругого удара?



Задание 2:

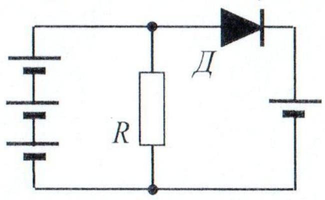
Вопрос: Как выглядит диаграмма изобарного процесса над одноатомным идеальным газом в координатах $A - U$ («совершенная газом работа – внутренняя энергия»), выходящая из точки (A_0, U_0)?

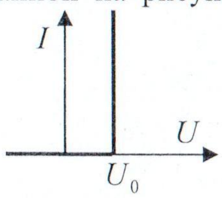
Задача: Давление одного моля одноатомного идеального газа изохорически изменили от начального до некоторого значения. Затем изобарически уменьшили объем газа в $n = 3$ раза. После этого газ изохорически перевели в конечное состояние. Зная, что температура газа в конечном состоянии в $k = 1{,}2$ раза превышает его температуру в начальном состоянии и что полное количество теплоты, которым обменялся газ с внешними телами, равно нулю, найти отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе.

Задание 3:

Вопрос: Резистор и идеальный диод соединены последовательно и подключены к полюсам источника, величина напряжения которого остается постоянной, а полярность изменяется на противоположную каждую секунду. Как изменится тепло, выделяющееся в резисторе за 10 секунд, если его с тем же диодом подключить к полюсам этого источника параллельно?

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, диод *Д* не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Все источники одинаковы, их внутреннее сопротивление равно r, а сопротивление резистора $R = 2r$. Найдите зависимость мощности тепловыделения в резисторе от величины ЭДС источников. Пороговое напряжение диода U_0 считать известным.





Задание 4:

Вопрос: Чему может быть равно увеличение (отношение размера изображения к размеру предмета), даваемое тонкой рассеивающей линзой?

Задача: Точечный источник света размещен на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно L_1. Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние L_2. Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).

74-51-29-18
(178.1)

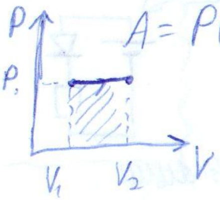
ОЛИМПИАДА НВГ 2016

Чистовик.

№2. Вопрос

Т.к. газ одноатомный, то $U = \frac{3}{2}\nu RT$

Т.к. процесс изобарный, то работу удобно искать как S под графиком:



$A = P(V_2 - V_1)$

По уравнению Менделеева-Клапейрона (М-К):

$$PV_1 = \nu RT_1, \quad PV_2 = \nu RT_2 \Rightarrow A = \nu R(T_2 - T_1) = \nu R\Delta T$$

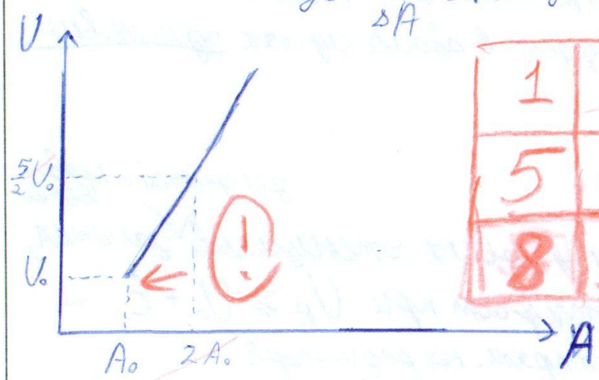
Пусть $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ – приращение внутр. энергии газа

$\Delta A = \nu R\Delta T$ – приращ. работы. Заметим, что $\frac{\Delta U}{\Delta A} = \frac{3}{2}$,

где $\frac{\Delta U}{\Delta A} = k$ – угловой коэффициэнт, т.е. $U = \frac{3}{2}A$?

$A = \frac{2}{3}(U - U_0) + A_0$

Оценка: 85 баллов.

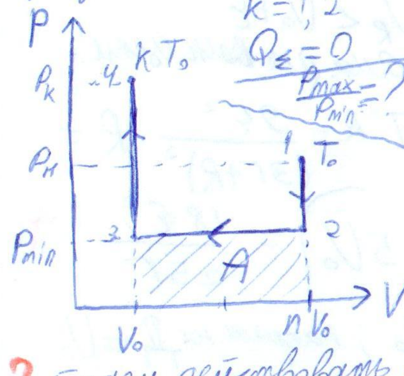


1	2	3	4	Σ
5	4	5	5	85
8	18	20	20	

(Степаньку КВ)

(Паумкин АА)

№2 Задача: $n = 3$, $k = 1,2$, $Q_\Sigma = 0$, $\frac{P_{max}}{P_{min}} - ?$



Запишем объединённый газовый закон для начальн. и конечн. состояния. Пусть $P_н; P_к$ – начальн. и конечн. давления газа, nV_0; V_0 – нач. и кон. объём, T_0 и kT_0 – нач. и конечн. температуры

$$\frac{P_н nV_0}{T_0} = \frac{P_к V_0}{kT_0} \Rightarrow P_к = knP_н$$

Заметим, что $kn > 1 \Rightarrow P_к > P_н$

? Будем действовать в предположении, что в I изохорн. процессе 1-2 давление газа уменьшалось, а во II изохорн. проц. (3-4) увеличивалось. $\Rightarrow P_{max} = P_к$

Обосн!

Запишем I начало термодинамики для 1-4:

$$Q_\Sigma = A_{14} + \Delta U_{14} = A_{32} + \Delta U_{14} = -P_{min}(nV_0 - V_0) + \frac{3}{2}\nu R(kT_0 - T_0) = 0$$

? по усл.

$(A_{12} = 0; A_{34} = 0)$

По М-К: для 4: $P_к V_0 = \nu RkT_0 \Rightarrow \nu RT_0 = \frac{P_к V_0}{k}$

X

7

$$P_{min}(n-1)V_0 = \frac{3}{2}(k-1)\nu RT_0$$

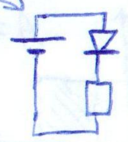
$$2P_{min}(n-1)V_0 = 3(k-1)\frac{P_к V_0}{k} \Rightarrow \frac{P_к}{P_{min}} = \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{2k(n-1)}{3(k-1)}$$

Подставляя данные: $\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{2\cdot 1,2\cdot(3-1)}{3\cdot(1,2-1)} = \frac{2\cdot 1,2\cdot 2}{3\cdot 0,2} = 8$

Ответ: $\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{2k(n-1)}{3(k-1)} = 8$

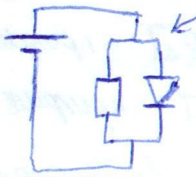
№3. Вопрос:

В случае последовательного соединения тепло на резисторе будет выделяться только половину времени (5 с) при такой ориентации источника:



при другой его ориент. ток течь не будет.

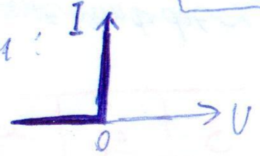
В случае параллельн. соединения при такой ориентации диод будет открыт => резистор будет закорочен и через него не потечёт ток:



При обратной ориентации диод будет закрыт, а на резисторе будет выделяться тепло.

5

Т. к. диод идеален:

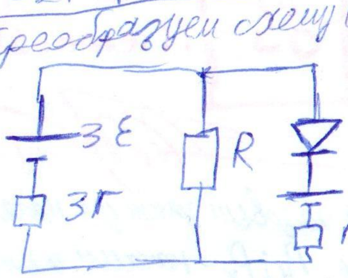


, то количество выделяемой теплоты будет в обоих случаях одинаковым.

№3. Задача:

$U_0, R = 2r$ | $P(\mathcal{E}) = ?$

Преобразуем схему в следующий вид:



По методу узловых потенциалов для средней и правой ветви заметим, что Д открыт при $U_R \geq U_0 + \mathcal{E}$, +

где U_R – напрям. на резисторе

$\mathcal{E}$ – ЭДС источника

а) Рассмотрим случай, когда диод закрыт: $U_R < U_0 + \mathcal{E}$

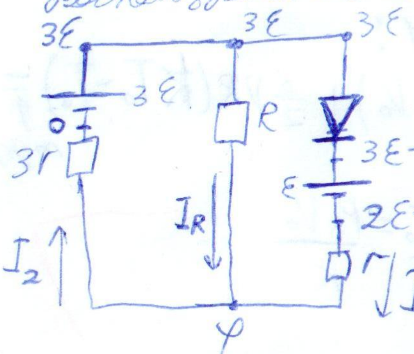
тогда по прав. ветви ток не течёт; по закону Ома для полн. цепи:

$I = \frac{3\mathcal{E}}{3r + R}$ $\quad U_R = IR = \frac{3\mathcal{E}R}{3r+R}$ + $\quad P = I^2R = \frac{9\mathcal{E}^2}{(3r+R)^2} \cdot R = \frac{18\mathcal{E}^2}{25r}$ +

$\mathcal{E} > \frac{3\mathcal{E}R}{3r+R} - U_0 \Rightarrow \mathcal{E} > \frac{6\mathcal{E}}{5} - U_0 \Rightarrow \mathcal{E} < 5U_0$

б) Рассм. случай, когда $Д_1$ открыт $\mathcal{E} \geq 5U_0$; напрям. на $Д_1 = U_0$

воспользуемся методом потенциалов:



По I правилу Кирхгофа:

$I_1 + I_R = I_2$

$\frac{3\mathcal{E} - \varphi}{R} + \frac{2\mathcal{E} - U_0 - \varphi}{r} = \frac{\varphi - 0}{3r}$, где $R = 2r$

$9\mathcal{E} - 3\varphi + 12\mathcal{E} - 6U_0 - 6\varphi = 2\varphi$

$21\mathcal{E} - 6U_0 = 11\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{21\mathcal{E} - 6U_0}{11}$

$P = \frac{U_R^2}{R} = \frac{(3\mathcal{E} - \varphi)^2}{2r} = \frac{\left(\frac{12\mathcal{E} + 6U_0}{11}\right)^2}{2r} = \frac{36(2\mathcal{E} + U_0)^2}{242r} = \frac{18}{121}\frac{(2\mathcal{E} + U_0)^2}{r}$ +

+

Ответ: $P = \begin{cases} \frac{18\mathcal{E}^2}{25r} \text{ при } \mathcal{E} < 5U_0 \\ \frac{18}{121}\frac{(2\mathcal{E}+U_0)^2}{r} \text{ при } \mathcal{E} \geq 5U_0 \end{cases}$

20

Чистовик

№ 4.

Вопрос:

$\Gamma_{\perp} = \frac{y'}{y}$, где y' - раз. изобр
y - разм предмета

Из подобия ~~тр~~ треугольников легко доказать, что $\Gamma_{\perp} = \frac{f}{d}$

По формуле тонк. линзы (для рассеивающей линзы; величины взяты по модулю, знаки учтены вручную):

$-\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = -\frac{d}{F}$ (для действительного предмета изображение в рассеивающей линзе всегда мнимое

домножим на d:

$-\frac{d}{f} + 1 = -\frac{d}{F}$

$-\frac{1}{\Gamma} = -\frac{d}{F} - 1 \Rightarrow \frac{1}{\Gamma} = \frac{d+F}{F} \Rightarrow \Gamma = \frac{F}{d+F}$, поэтому поперечное увеличение может принимать значение от 1 $(d=0)$ до нуля $(d=\infty)$ $\Gamma \in (1; 0)$

5

так верно (0,1)

в тонк рассеивающ. линзе $f < d$ и $f < F$

№ Задача: L_1, L_2 / $D = ?$

Заметим, что в тонк рассеивающ. линзе $D < 0$, Остальн. знаки учтём вручную.

По формуле тонкой линзы:

1) $D = -\frac{1}{f} + \frac{1}{f+L_1}$

где f - расст от изобр до линзы

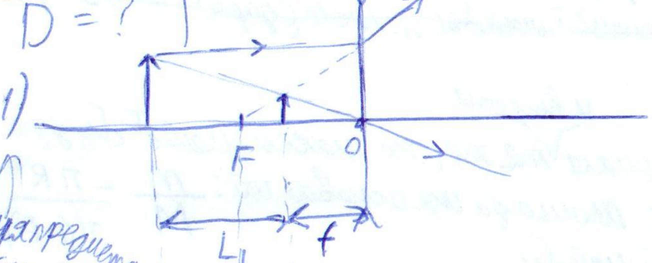
2) $D = -\frac{1}{f-L_2} + \frac{1}{f}$

Приравняем:

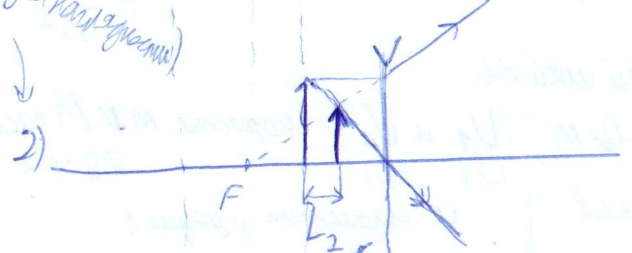
$-\frac{1}{f} + \frac{1}{f+L_1} = -\frac{1}{f-L_2} + \frac{1}{f}$

Получим, что $f = \frac{2L_1L_2}{L_1-L_2}$

Заметим, что $f > 0 \Rightarrow L_1 > L_2$, иначе условие задачи не будет выполняться.



для предмета (для наглядности)



для точечн. источника

Подставим f в (1):

$$D = \frac{L_2-L_1}{2L_1L_2} + \frac{1}{\frac{2L_1L_2}{L_1-L_2}+\frac{L_1^2-L_1L_2}{L_1-L_2}} = \frac{(L_2-L_1)(L_1+L_2)}{2L_2\cdot L_1(L_1+L_2)} +$$

$$+ \frac{(L_1-L_2)2L_2}{L_1(L_1+L_2)2L_2} = \frac{L_2^2-L_1^2+2L_1L_2-2L_2^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)} = \frac{-(L_1-L_2)^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)} < 0$$

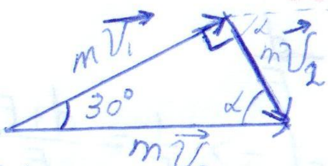
20

Ответ: $D = -\frac{(L_1-L_2)^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)}$ при $L_1 > L_2$

при $L_1 < L_2$ условие невозможно.

№1. Вопрос:

Нарисуем треугольник скоростей (или импульсов; здесь массы равны, поэтому чтобы получить одно из другого надо просто домножить на m)



m – масса шайб

V_0 – нач. скорость

V_1 и V_2 – конечн. скорости шайб

Т.к. удар упругий => справедлив закон сохранения энергии (ЗСЭ):

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} \quad \Big| : \frac{m}{2}$$

$V_0^2 = V_1^2 + V_2^2$, откуда угол между $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ – прямой

Искомый угол $\alpha = 60°$ (если имелось в виду „вектор скорости другой шайбы после удара") ~~(В случае „под каким углом к направлению движения налетающей шайбы „после удара" – 90°)~~

Ответ: 60° +

№1. Задача:

$n = 1{,}5$

$\alpha = ?$

$\beta = ?$

Т.к. плотн. материала и высоты ~~та~~ же, то массы шайб будут соотноситься как площади их оснований: $\frac{m}{M} = \frac{\pi R^2}{\pi (nR)^2} = \frac{1}{n^2}$

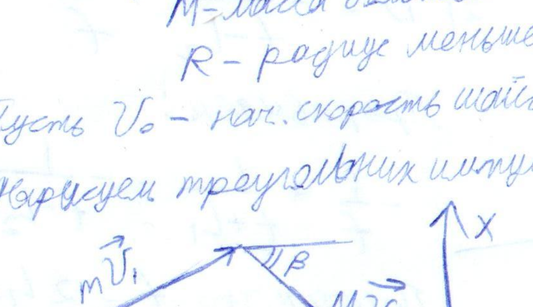
m – масса меньшей шайбы

M – масса большей

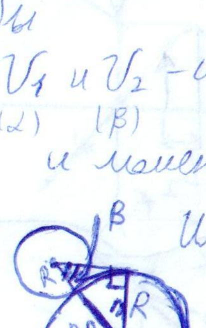
R – радиус меньшей шайбы

Пусть V_0 – нач. скорость шайбы m; V_1 (α) и V_2 (β) – скорости m и M после удара

Нарисуем треугольник импульсов:



и момент удара:



Импульс силы реакц. опоры $N\Delta t$, кот. сонаправлен с импульсом $M\vec{V}_2$ и является его причиной появления

~~По ЗСИ в проекции на ось X~~

Получаем, что $mV_1\sin\alpha = MV_2\sin\beta$ (1)

$mV_1\cos\alpha + MV_2\cos\beta = mV_0$

Из прямоуг треугольника: $\sin\beta = \frac{nR}{nR+R} = \frac{n}{n+1}$ (2) −

Объединяя (1) и (2):

$mV_1 \sin\beta = \frac{M V_2}{n+1} \Rightarrow V_2$

Запишем ЗСЭ:

$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2} \Big| \times \frac{2}{m}$

$V_0^2 = V_1^2 + \frac{M}{m} V_2^2$

$V_0^2 = V_1^2 + n^2 V_2^2$

см черновик (*) и (**)

Ответ: $\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n+1}\right)$

$M = n^2 \cdot m$

$~~v_1 = v_2~~$

$~~v_2 = v_1(n+1)\sin~~$

$v_1 \cos\alpha + n^2 v_2 \cos\beta = v_0$

$(v_1 \cos\alpha + n^2 v_2 \cos\beta)^2 = v_1^2 + n v_2^2$

$(n+1)v_1 \sin\alpha \, \frac{m}{M} = v_2 = \frac{1}{n^2} \sin\alpha (n+1) v_1$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{\frac{(n+1)^2}{(n+1)^2} - \frac{1}{(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n^2+2n}{(n+1)^2}} =$

$= \frac{\sqrt{n^2+2n}}{n+1}$

$\left(\cancel{v_1} \cos\alpha + \cancel{n^2 \cdot n^2} \sin\alpha (n+1) \overset{\cos\beta}{\cancel{v_1}}\right)^2 = \cancel{v_1}\left(1 + n^{-1} \sin^2\alpha (n+1)^2\right)$

$\left(\cos\alpha + (n+1) \sin\alpha \frac{\sqrt{n^2+2n}}{\cancel{n+1}}\right)^2 = \left(1 + n^{-1} \sin^2\alpha (n+1)^2\right)$

$\cos^2\alpha + 2\cos\alpha \sin\alpha \sqrt{n^2+2n} + \sin^2\alpha (n^2+2n) = 1 + \sin^2\alpha \frac{(n+1)^2}{n}$

$\div$ на $\cos^2\alpha$

II

$1 + 2 \operatorname{tg}\alpha \sqrt{n^2+2n} + \operatorname{tg}^2\alpha \, n^2 + \operatorname{tg}^2\alpha \, 2n = \frac{1}{\cos^2\alpha} + \operatorname{tg}^2\alpha \left(n + 2 + \frac{1}{n}\right)$

I

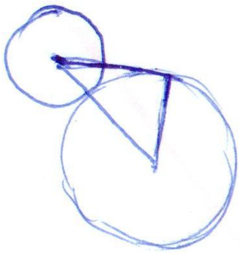
$m^2 v_1^2 + m^2 v_0^2 - 2m^2 v_1 v_0 \cos\alpha = M^2 v_2^2$

Черновик

$$V_1^2 + V_0^2 - 2V_1V_0\cos\alpha = \underbrace{\left(\frac{M}{m}\right)^2}_{n^4} V_2^2$$

**

$$N\Delta t = MV_2$$



$$1 + \cos^2\alpha + 2\cos\alpha\sin\alpha\sqrt{n^2+2n} + \sin^2\alpha(n^2+2n) =$$

$$= 2\cos\alpha\frac{V_0}{V_1} + \cancel{n^4\cdot\frac{1}{n^4}}\sin^2\alpha(n+1)^2 \qquad \text{(I)}$$

I и II

$$\cos^2\alpha + 2\cos\alpha\sin\alpha\sqrt{n^2+2n} + \sin^2\alpha(n^2+2n) - 2\cos\alpha\frac{V_0}{V_1} - \sin^2\alpha(n+1)^2 = \sin^2\alpha\frac{(n+1)^2}{n} - \cos^2\alpha - 2\cos\alpha\sin\alpha\sqrt{n^2+2n} - \sin^2\alpha(n^2+2n)$$

74-51-29-18 (178.1)

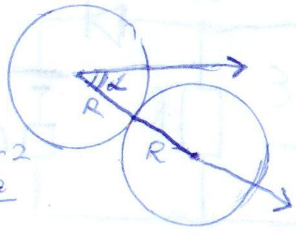
Черновик

Олимпиада ПВГ 2016

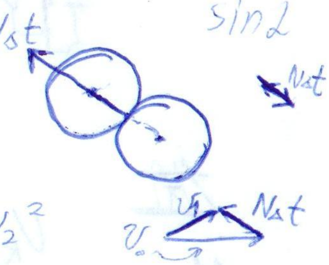
читать внимательно
сначала аналитика → числ
предельные случаи!

$\frac{dy}{dx}$

$\cancel{m} v_0 = \cancel{m} v_1 \cos\alpha + \cancel{m} v_2 \cos 30^\circ$ $\qquad 0 = v_1 \sin\alpha - v_2 \sin 30^\circ$



$v_1 = v_2 \frac{\sin 30^\circ}{\sin\alpha}$



$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2}$

$v_1^2 \cos^2\alpha + 2 v_1 v_2 \cos\alpha \cos 30^\circ + v_2^2 \cos 30^\circ = v_1^2 + v_2^2$

$\cancel{v_2^2} \frac{\sin^2 30^\circ}{\sin^2\alpha} \cos^2\alpha + 2 \cancel{v_2^2} \frac{\sin 30^\circ}{\sin\alpha} \cos\alpha \cos 30^\circ + \cancel{v_2^2} \cos 30^\circ = \cancel{v_2^2} \frac{\sin^2 30^\circ}{\sin^2\alpha} + \cancel{v_2^2}$

$\sin^2 30^\circ \cdot ctg^2\alpha + \cos 60^\circ \cdot ctg\alpha + \cos 30^\circ = \frac{\sin^2 30^\circ}{\sin^2\alpha} + 1$

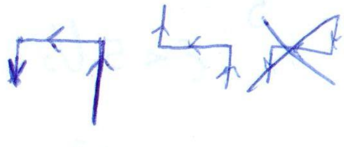
пот. в один:

$\frac{1}{4} ctg^2\alpha + \frac{1}{2} ctg\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{1}{4}}{\sin^2\alpha} + 1$

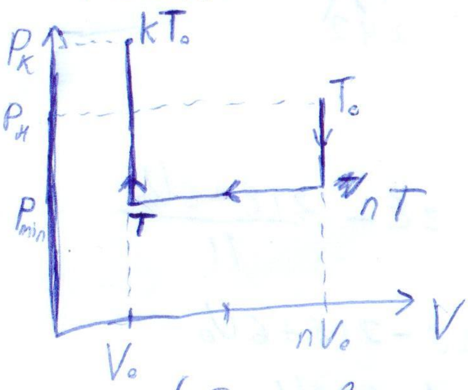
$\cancel{\frac{n V_0}{T} = \frac{V_0}{T_x}}$ $\qquad \cancel{T_x} = \frac{T}{n}$

$\frac{m_1}{m_2} \neq \frac{R_1}{R_2}$

$\frac{n V_0}{T} = \frac{n k}{n T}$



$P = const$ $\qquad \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} P V$



$\frac{P_k \cancel{V_0}}{k \cancel{T_0}} = \frac{n \cancel{V_0} P_H}{\cancel{T}}$ $\qquad P_k = \frac{n}{k} P_H$

$\frac{n}{k} > 1 \Rightarrow P_k > P_H$

$P_k = P_{max}$

$\nu R T_0 = \frac{P_{max} V_0}{k}$ $\qquad \frac{P_k}{P_{min}}$

$\nu R k T_0 = P_{max} V_0$

(Поставим температуры из закона

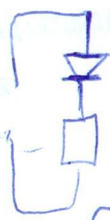
$Q_\Sigma = 0$ $\qquad \frac{5}{2} P_{min} (n-1) V_0 + \frac{3}{2} (P_k - P_{min}) V_0 = 0$

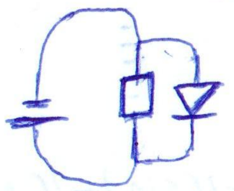
$Q_\Sigma = \frac{3}{2} (P_H n V_0 - P_{min} n V_0)$

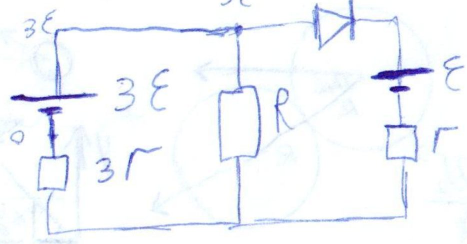
$3(P_H n - P_{min} n) + 3(P_k - P_{min}) = 5 P_{min} (n-1)$

$\frac{3}{2} \nu R (k T_0 - T_0) = P_{min} V_0 (n-1)$ $\qquad \frac{3}{2}(k-1) \frac{P_{max} \cancel{V_0}}{k} = P_{min} \cancel{V_0} (n-1)$

$\frac{3}{2}(k-1) \nu R T_0 = P_{min} V_0 (n-1)$ $\qquad \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{(n-1) 2 k}{3(k-1)} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1{,}2}{3 \cdot 0{,}2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 6}{8}$

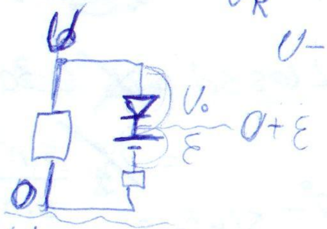






U_R

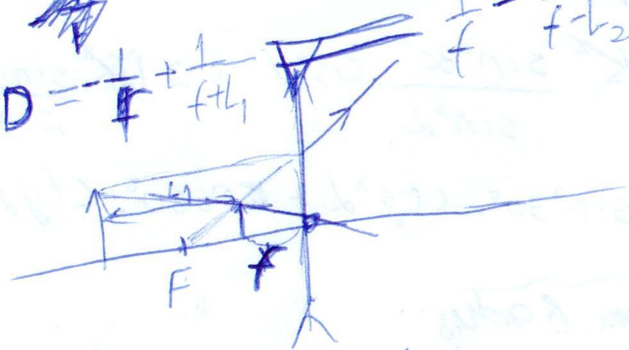
$U - \mathcal{E} \geq U_0$



$U_R \geq U_0 + \mathcal{E}$

$D = -\frac{1}{f} + \frac{1}{f+L_1}$

$\frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2}$

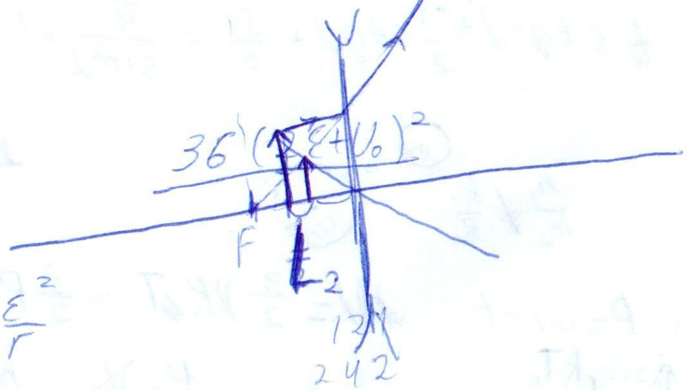


$\frac{6\mathcal{E}}{5} < U_0 + \mathcal{E}$

$\frac{1}{5}\mathcal{E} < U_0$

$\mathcal{E} < 5U_0$

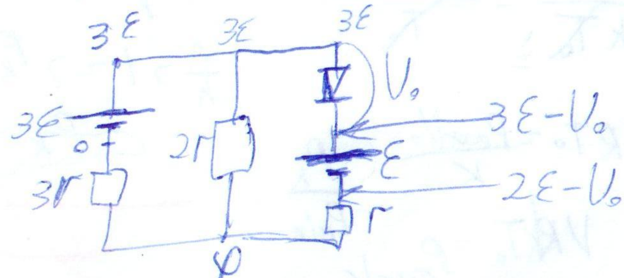
$36(3\mathcal{E}+U_0)^2$



121

242

$\frac{9\mathcal{E}^2}{25r^2}\cdot 2r = \frac{18}{25}\frac{\mathcal{E}^2}{r}$



$3\mathcal{E} - \frac{21\mathcal{E}-6U_0}{11}$

$33\mathcal{E} - 21\mathcal{E} + 6U_0$

$\frac{12\mathcal{E}+6U_0}{11}$

$\frac{2\mathcal{E}-U_0-\varphi}{r} + \frac{3\mathcal{E}-\varphi}{2r} = \frac{\varphi}{3r}$

$12\mathcal{E} - 6U_0 - 6\varphi + 9\mathcal{E} - 3\varphi = 2\varphi$

$21\mathcal{E} - 6U_0 = 11\varphi$

$\varphi = \frac{21\mathcal{E}-6U_0}{11}$

$P_R = \frac{U_R^2}{2r} = \frac{\left(\frac{33\mathcal{E}-21\mathcal{E}+6U_0}{11}\right)^2}{2r} = \frac{(3\mathcal{E}+6U_0)^2}{242r}$

$I_R = \frac{3\mathcal{E}-\varphi}{2r}$

$$\frac{2}{f}=\frac{1}{f+L_1}+\frac{1}{f-L_2}$$

$$2f-L_2+L_1$$

$$\frac{2}{f}=\frac{f-L_2+f+L_1}{(f+L_1)(f-L_2)}$$

$$2(f^2-fL_2+L_1f-L_1L_2)=2f^2-fL_2+fL_1$$

$$\cancel{2f^2}-2fL_2+2fL_1-2L_1L_2=\cancel{2f^2}-fL_2+fL_1$$

$$-fL_2+fL_1=2L_1L_2$$

$$f(L_1-L_2)=2L_1L_2$$

$$f=\frac{2L_1L_2}{L_1-L_2}$$

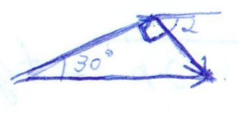
$$L_1^2+L_1L_2$$

$$L_1(L_1+L_2)$$

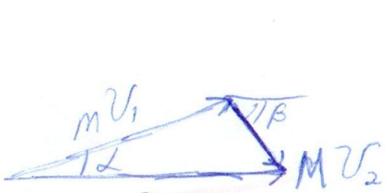
$$D=\frac{L_2-L_1}{2L_1L_2}+\frac{1}{\dfrac{2L_2L_1+L_1^2-L_1L_2}{L_1-L_2}}$$

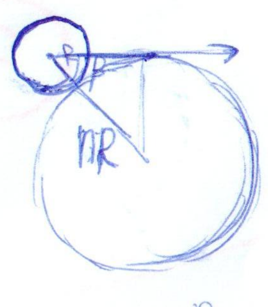
$$D=\frac{L_2-L_1}{2L_1L_2}+\frac{L_1-L_2}{L_1(L_1+L_2)}=$$

$$L_2^2-L_1^2+2L_1L_2-2L_2^2$$



$$-L_2^2-L_1^2+2L_1L_2$$





$$\sin\beta=\frac{R}{(n+1)R}=\frac{1}{n+1}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!