ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» ПО ФИЗИКЕ.
2014/15 учебный год, ЗАДАНИЕ ЗАОЧНОГО ТУРА. 7, 8 и 9 классы.
Часть II. ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ.

1. («Тетрадные измерения») Возьмите лист из стандартной тетради «в клеточку». Как, не пользуясь ничем, кроме ножниц, двух деревянных планок и самого листа, измерить его толщину? Опишите методику измерений, выполните их для имеющегося у Вас подходящего листа. Какое значение толщины Вы получили? Какова точность Вашего результата (постарайтесь сделать так, чтобы она была достаточно хорошей и используйте для этого все разрешенное оборудование)?

Решение:

Ножницами можно вырезать из листа «полоски» шириной в одну-две-три клетки. Если складывать полоски по «гармошкой», а затем с помощью планок плотно прижимать «гармошки» друг к другу, то расстояние между планками будет соответствовать толщине большого числа листов бумаги. Можно добиться того, чтобы это расстояние оказалось равно стороне одной клетки листа, который используется еще и как линейка – длина этой стороны примерно 5 мм. Источники ошибки – отличие длины стороны от 5 мм (допускается оценка участником возможного разброса без специального основания) и разброс количества слоев бумаги в 5 мм. Лучше всего поставить эксперимент с «прижатием» хотя бы три – пять раз. «Реалистичные» значения: сторона клетки $a = (5 \pm 0{,}2)$ мм, количество «слоев» в 5 мм варьируется на 4-8 от измерения к измерению (при достаточно качественном прижатии). Конкретное количество слоев зависит от сорта бумаги – в изученных образцах оно колебалось от 80 до 100. Например: если $a = (5 \pm 0{,}1)$ мм, а $N = (94 \pm 3)$, то толщина листа $d = \dfrac{a}{N} \approx 0{,}0532$ мм. Ошибку измерения можно оценить, обратив внимание, что $\dfrac{0{,}1}{5} = 0{,}02$ и $\dfrac{3}{94} \approx 0{,}03$, так что суммарная ошибка не превышает 5%: $d = (0{,}053 \pm 0{,}003)$ мм. На самом деле, с учетом законов статистики, стандартное отклонение $\dfrac{\Delta d}{d} \approx 0{,}036$, и реально точность даже несколько выше: $d = (0{,}053 \pm 0{,}002)$ мм, но на уровне требований школьной программы оба подхода следует считать правильными.

ОТВЕТ: $d = (0{,}053 \pm 0{,}002)$ мм.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Использование идеи измерения толщины многих слоев	**2**	
Использование планок для прижатия слоев друг к другу	**2**	
Использование клеток листа для измерения расстояния	**2**	
Проведение нескольких измерений числа слоев	**2**	
Получение разумного ответа (диапазон от 0,040 до 0,065 мм)	**4**	с «выходом» до 0,02 мм – **2 балла**
Разумная оценка погрешности (диапазон от 0,001 до 0,005 мм)	**3**	При ошибке до 0,01 мм – **1 балл**
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**15**	

2. («Гонки по наклонной») Два ученика 7 класса – Петр и Василий – поднимались, стоя на эскалаторе, двигавшемся со скоростью u. Доехав до середины подъема, они, сговорившись заранее, одновременно перебросили свои портфели на параллельный эскалатор, который двигался вниз с такой же скоростью. Сразу после этого они побежали за своими портфелями разными путями. Петр побежал по своему эскалатору вверх, где быстро перескочил на спускающийся эскалатор и побежал по нему вслед за портфелями. Василий побежал по своему эскалатору вниз, где также быстро перескочил на встречный эскалатор и побежал по нему навстречу портфелям. Оба бежали с максимальными для себя скоростями, которые для обоих мальчиков одинаковы: по неподвижному эскалатору вверх они могут бежать со скоростью V_1, а вниз – со скоростью V_2. При каком соотношении между u, V_1 и V_2 Петр и Василий одновременно добегут до портфелей, причем их встреча произойдет на спускающемся эскалаторе? Перечислить все возможные варианты (приняв во внимание, что по условию задачи все скорости отличны от нуля!).

Решение:

Вычислим время «погони» для Петра. Оно состоит из времени подъема по своему эскалатору $t_1 = \dfrac{L}{2(V_1 + u)}$ (здесь L – длина эскалатора, а u – скорость его движения) и времени спуска t_2 по встречному эскалатору до портфелей. Поскольку за время подъема Петра портфели удалились от верха эскалатора на расстояние $s = ut_1 = \dfrac{uL}{2(V_1 + u)}$, а Петр догоняет портфели со скоростью V_2, то $t_2 = \dfrac{1}{V_2}\left[\dfrac{L}{2} + s\right] = \dfrac{L(V_1 + 2u)}{2V_2(V_1 + u)}$. Полное время погони $t_П = t_1 + t_2 = \dfrac{L(V_1 + V_2 + 2u)}{2V_2(V_1 + u)}$. Аналогично можно вычислить и время погони для Василия: $t_1' = \dfrac{L}{2(V_2 - u)}$, $s' = ut_1' = \dfrac{uL}{2(V_2 - u)}$, $t_2' = \dfrac{1}{V_1}\left[\dfrac{L}{2} - s'\right] = \dfrac{L(V_2 - 2u)}{2V_1(V_2 - u)}$. Следовательно, $t_В = t_1' + t_2' = \dfrac{L(V_1 + V_2 - 2u)}{2V_1(V_2 - u)}$. Мальчики одновременно добегут до портфелей, если $t_П = t_В \Rightarrow \dfrac{(V_1 + V_2 + 2u)}{V_2(V_1 + u)} = \dfrac{(V_1 + V_2 - 2u)}{V_1(V_2 - u)}$. Это соотношение приводится к виду:

$$u(V_2 - V_1)(V_2 - V_1 - 2u) = 0.$$

По условию $u \neq 0$, поэтому возможные соотношения между скоростями, обеспечивающие одновременность встречи – это $V_2 = V_1$ и $V_2 = V_1 + 2u$. Для того, чтобы встреча произошла на эскалаторе, необходимо, чтобы Василий достигал нижней точки своего эскалатора раньше, чем портфели доедут до нижней точки своего, то есть $V_2 - u > u \Rightarrow V_2 > 2u$. Поскольку по условию $V_1 > 0$, то при $V_2 = V_1 + 2u$ это требование выполнено, а при $V_2 = V_1$ оно ограничивает возможные значения скоростей.

ОТВЕТ: должно быть $V_2 = V_1 > 2u$ либо $V_2 = V_1 + 2u$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Записаны правильные соотношения, определяющие время погони (для	**2**	всего 4

каждого из мальчиков)		
Записано правильное уравнение для условия одновременности встречи	**2**	
Получены условия на скорости $V_2 = V_1$ и $V_2 = V_1 + 2u$	**3**	за каждое
Учтено условие $V_2 > 2u$	**3**	
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**15**	

3. («Тепловой подъемник») Талантливый инженер Савелий Умкин сконструировал подъемник, представлявший собой вертикальную гладкую теплоизолирующую трубу, герметично закрытую с нижнего конца, внутри которой находится подвижный горизонтальный легкий поршень. Под поршнем находится вода, а подъем поршня происходит за счет ее испарения. Однажды зимой инженер включил нагреватель своей машины, когда под поршнем были равные количества воды и льда в равновесии. В процессе нагрева воды до $t_1 = 100°C$ он постепенно нагружал поршень так, чтобы он оставался на месте. После того, как температура достигла этого значения, инженер перестал нагружать поршень, и тот поехал вверх. Поршень достиг конца трубы, где ударился о специальные упоры и сбросил груз точно к тому моменту, когда вся вода испарилась. Определите КПД подъемника в описанном цикле, то есть отношение работы пара над поршнем в процессе подъема к количеству тепла, сообщенному воде от нагревателя. Использовать следующие данные: удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 334$ кДж/кг, удельная теплоемкость жидкой воды $c \approx 4200$ Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды $r \approx 2480$ кДж/кг, плотность насыщенного водяного пара при $100°C$ $\rho \approx 0{,}59$ кг/м^3, давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p \approx 101$ кПа.

Решение:

Поскольку в начальном состоянии находились в равновесии вода и лед, то начальная температура была равна $t_0 = 0°C$. Когда температура достигла $t_1 = 100°C$, часть воды уже испарилась, и давление на поршень создавал насыщенный водяной пар, давление которого при этой температуре равно $p_1 \approx 101$ кПа. Это давление было немного больше внешней нагрузки (веса груза и внешнего давления), и поршень (как сказано в условии) поехал вверх. В процессе подъема поршня давление (а значит, и температура) вплоть до полного испарения жидкости поддерживалось неизменным. Если пренебречь объемом воды и льда по сравнению с объемом образовавшегося пара, то высота подъема поршня $h \approx \frac{V_{пара}}{S} = \frac{m}{S\rho}$, где S – площадь сечения трубы, а m – общая масса воды под поршнем.

Следовательно, работа пара над поршнем в процессе подъема $A = p_1 S \cdot h = \frac{m p_1}{\rho}$.

Количество тепла, сообщенное воде от нагревателя, состоит из теплоты плавления льда $Q_1 = \frac{m}{2}\lambda$, теплоты нагревания воды $Q_2 = cm(t_1 - t_0)$ и теплоты испарения воды $Q_3 = mr$.

Поэтому $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m\left[\frac{\lambda}{2} + c(t_1 - t_0) + r\right]$. Теперь можно определить КПД подъемника: $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{2p_1}{\rho[\lambda + 2c(t_1 - t_0) + 2r]} \approx 0{,}0558 \approx 5{,}6\%$.

ОТВЕТ: $\eta = \dfrac{2p_1}{\rho[\lambda + 2c(t_1 - t_0) + 2r]} \approx 0{,}0558 \approx 5{,}6\%$.

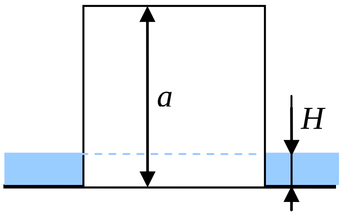
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Определена начальная температура $t_0 = 0°C$	**2**	
Определено давление пара в процессе подъема поршня	**2**	
Определена высота подъема поршня	**2**	
Вычислена работа поршня	**4**	
Правильно перечислены три составляющих количества теплоты	**2**	за каждое
Вычислен КПД	**4**	
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**20**	

4. («пружина против Архимеда») На дне бассейна лежит куб с длиной ребра a из материала, плотность которого в пять раз меньше плотности воды. К центру нижней грани куба прикреплен конец невесомой пружины, длина которой в недеформированном состоянии равна $l = 4a$. Второй конец пружины закреплен на дне бассейна (кольца пружины достаточно мягкие, а проволока, из которой она изготовлена, достаточно тонкая, так что куб, несмотря на пружину, лежит на дне практически ровно, приподнимаясь над дном на расстояние, много меньшее a). В бассейн налили воду до уровня H (относительно дна бассейна). Какая часть объема куба будет находиться под водой в состоянии равновесия? Известно, что при подвешивании куба на этой пружине к потолку (в воздухе) удлинение пружины $\Delta l = \dfrac{a}{4}$.

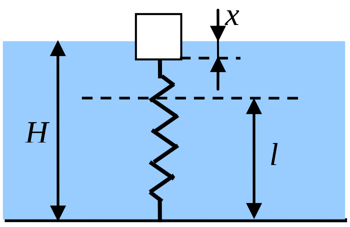
Решение:

Важно последовательно проследить, что будет происходить с кубом при повышении уровня воды. Поначалу, при достаточно низком уровне, куб будет лежать на дне. В этом случае под водой будет находиться часть объема, соответствующая глубине слоя воды: $\dfrac{V_n}{V} = \dfrac{a^2 H}{a^3} = \dfrac{H}{a}$.



Отрыв куба от дна бассейна произойдет, когда величина силы Архимеда сравняется с величиной действующей на куб силы тяжести: $F_A = \rho a^2 H g = mg = \dfrac{\rho}{5} a^3 g \Rightarrow H_1 = \dfrac{a}{5}$.

Таким образом, при $H > \dfrac{a}{5}$ куб оторвется от дна и будет всплывать вместе с подъемом уровня жидкости. Пока пружина не натянется, будет поддерживаться равновесие сил Архимеда и тяжести, и поэтому глубина погружения куба будет оставаться неизменной, и $\dfrac{V_n}{V} = \dfrac{1}{5}$. Пружина натянется, когда высота уровня сравняется с суммой $l = 4a$ и глубины погружения, то есть при $H_2 = \dfrac{21}{5} a$.



Далее условие равновесия сил принимает вид:

$$F_A = mg + k\Delta l \Rightarrow \rho a^2 x g = \frac{\rho}{5} a^3 g + k(H - 4a - x),$$

где x – глубина погружения куба, а k – коэффициент жесткости пружины, удлинение которой $\Delta l = H - l - x = H - 4a - x$. Поскольку, согласно условию, $k\frac{a}{4} = mg = \frac{\rho}{5} a^3 g$, то $k = \frac{4}{5}\rho a^2 g$, и поэтому

$$x = \frac{a}{5} + \frac{4}{5}(H - 4a - x) \Rightarrow x = \frac{4H - 15a}{9} \Rightarrow \frac{V_n}{V} = \frac{4H}{9a} - \frac{5}{3}.$$

По смыслу этой величины она не может быть больше единицы, поэтому эта формула применима только до уровня, при котором $\frac{4H}{9a} - \frac{5}{3} = 1 \Rightarrow H_3 = 6a$. При большем уровне воды пружина уже целиком удерживает куб под водой. Объединяя все результаты, получаем ответ.

ОТВЕТ: $$\frac{V_n}{V} = \begin{cases} \frac{H}{a}, & при\ H \le \frac{a}{5} \\ \frac{1}{5}, & при\ \frac{a}{5} < H \le \frac{21a}{5} \\ \frac{4H}{9a} - \frac{5}{3}, & при\ \frac{21a}{5} < H \le 6a \\ 1, & при\ H > 6a \end{cases}.$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Использовано условие равновесия сил в случае ненатянутой пружины	**1**	
Использовано условие равновесия сил в случае натянутой пружины	**1**	
Использовано условие равновесия сил в случае подвешивания куба на пружине	**2**	
Получение каждого из ответов	**3**	всего **12**
Нахождение границ применимости каждого из ответов	**1**	всего **4**
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**20**	

Максимальный балл за часть II: 70 баллов.