0 179623 310008

17-96-23-31

(140.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________________

Место проведения г. Кисловодск
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Митюхина Ивана Ивановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

[illegible]

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
17-96-23-31	105	14	21	21	14	21	14	X	X

Оценка: 85 (восемьдесят пять)

Е.Я (Восстановл. лист)

17-96-23-31 (140.2)

Чистовик:

1	2	3	4	5	6

№2

Переведем в язык графов:
Какое наименьшее число ребер должно остаться, что бы граф был связным (перекресток - вершина, участок улиц ребро)
Минимальное кол-во ребер связного графа $(n-1)$, где n - кол-во вершин.
$n = 10 \cdot 23 = 230$, минимал кол-во ребер 229
Приведем пример: будем оставлять ребра идя „змейкой" оставим все участки улиц и между улицами оставим 1 участок проспекта, на улицах $23 \cdot 9$, на проспектах 22, всего 229
Значит ремонтировать можем все кол-во ребер - 229
Всего ребер $= 9 \cdot 23 + 22 \cdot 10 = 207 + 220 = 427$
Ремонтировать $427 - 229 = 198$
Ответ: 198

№3

Чистовик

Посмотрим что происходит с кол-вом пустых пакетов, когда в 1 из них мы докладываем 5 пакетов.

Рассмотрим систему пакетов с 1ого большого пакета и докладываичем в этот пакет пакетов мы сможем получить конечную систему пакетов.

~~Тогда при докладыв~~ используя докладывание пустых пакетов в другой пустой пакет

Тогда когда мы докладываем 5 пакетов в пакет, кол-ва пакетов (пустых) увеличивается на 4

Изначально был 1 пакет стало 101

Совершили 25 докладываний

Общ. число пакетов при докладывании увеличивается на 5 значит $n_{общ} = 1 + 25 \cdot 5 = 126$

Ответ: 126

17-96-23-31 (140.2)

Чистовик

№5

Ответ: Есть, у Алисы

1ый ход вычеркнуть 3 буквы О

Последующие ходы повторять четность ходов

~~т.е. если вычеркнул 2 то вычеркнуть 2~~

~~Если 1 из четного кол-во букв вычеркнуть 1 также из четного числа букв~~

Так что бы на доске оставалось четное кол-во ~~букв~~ но таких букв число которых $\alpha \geq 2$

На доске

П	О	К	Р	И	В	б	ь	е	ы	г
1	2	1	3	1	2	1	1	1	2	1

На ход П, К, И, б, ь, е, г вычеркнуть 1 Р

На ход 2(О, В, е) вычеркнуть 2Р

На ход 1(О, В, е) вычеркнуть 3Р

На ход 1Р вычеркнуть 1П

На ход 2Р вычеркнуть 2О

На ход 3Р вычеркнуть 1О

После ~~этого~~ 2ого хода Алисы на доске остается четное кол-во букв парами и единицами и на любой ход Алиса отвечает зеркально, в конце побеждает

Чистовик

№1 Заметим что $p^q - q^p$ - нечетно

$p = 2$ $\qquad$ $q = 2$

$2^q - q^2 + 3 = 2$

$2^q + 1 = q^2$

Докажем, что если $q \geq 5$

$2^q + 1 \geq q^2$

База $2^5 + 1 > 5^2$

Пред. $2^{(q+1)} + 1 \geq (q+1)^2$

$2^{q+1} + 1 \geq q^2 + 2q + 1$

$2^q \geq 2q$

$2^{q-1} \geq q$, что верно, потому что

$2^{q-1} \cdot q \geq 2^q \geq q^2$ т.к. $q \geq 5$

$2^{q-1} \cdot q \geq$

$2^{q-1} \cdot q \geq 2^q \geq q^2$ т.к. $q \geq 5$

$2^{q-1} \cdot q \geq q^2$

$2^{q-1} \geq q$ т.к. $q \geq 5$

$2^q \geq 2q$

$2^q + q^2 + 1 \geq 2q + q^2 + 1$

17-96-23-31
(140.2)

Чистовик

$\cancel{2^{q+1}} = 2^q + 2^q + 1 \geq 2^q + q^2 + 1 \geq 2q + q^2 + 1$

$2^{q+1} + 1 \geq (q+1)^2$ ч.т.д.

Значит $q \leq 4$

Проверяем числа 2 и 3, подходит только $q = 3$

При $q = 2$

$p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}$

$2^{p-1} - 3 \geq 1$, при $p \geq 5$

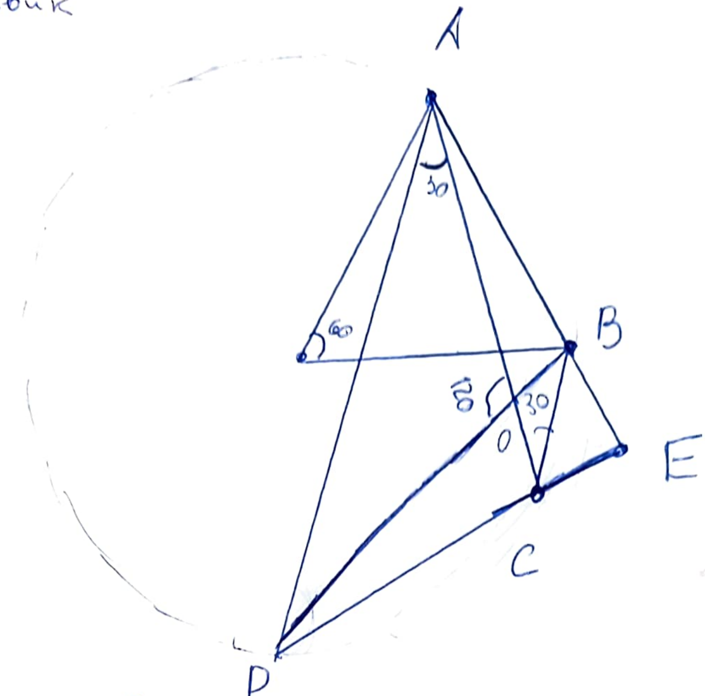
а $p^2 < 2^p + 1$ при $p \geq 5$

Проверяем $p = 2$ и $p = 3$, подходит только $p = 3$

Ответ: $(p=2; q=3) \cup (q=2; p=3)$

Чистовик

№6



$\angle ACB = 30°$, как $\frac{1}{2}$ центрального

$\angle DAC = \angle ACB = 30°$, как накрест лежащие

$\smile DC = 60°$

Значит $AB = DC$ так как хорды опирающиеся на одинак дуги равны

$\angle AOD = 120$

$S_{AOD} = \frac{1}{2} \sin 120 \cdot AO \cdot DO$

$AO = \frac{3}{4} AC$

$DO = \frac{3}{4} DB$

$AC = DB$

$S_{AOD} = \frac{1}{2} \sin 120 \cdot \frac{9}{16} AC^2$

$S_{OBC} = \frac{1}{2} \sin 120 \cdot \frac{1}{16} AC^2$

$S_{AOB} = \frac{1}{2} \sin 60 \cdot \frac{3}{16} AC^2$

$S_{DOC} = \frac{1}{2} \sin 60 \cdot \frac{3}{16} AC^2$

17-96-23-31
(140.2)

Чистовик

$\sin 120 = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AC^2 \left(\frac{9}{16} + \frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} AC^2$

$S_{AED} = \frac{16}{15} A_{ABCD} = \frac{4\sqrt{3}}{15} \cdot 30 \cdot 30 = 240\sqrt{3}$

№4

Пусть a_n - степень двойки у числа b_n
все b_n - это числа вида 2^y

Тогда

$a_n = a_{n-3} + 3a_{n-1} - 3a_{n-2}$

Докажем что если a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3} квадраты последовательных натур чисел то a_n квадрат следующего пусть $a_{n-1} = (x+1)^2$ $a_{n-2} = x^2$
$a_{n-3} = (x-1)^2$

$a_n = x^2 - 2x + 1 + 3x^2 + 6x + 3 - 3x^2 = x^2 + 4x + 4$
$= (x+2)^2$

Тогда $a_{n+1} = (x+3)^2$ $a_{n+2} = (x+4)^2$ и т.д.

$a_{2023} =$ Найдем такие три a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3}

$a_{n-3} = 0$, у b_2

$a_{n-2} = 1$, у b_3

$a_{n-1} = 4$, у b_4

Тогда у b_{2023} $a_{2023} = 2021^2$

и $b_{2023} = 2^{2021^2}$

17-96-23-31
(140.2)

Черновик Видно что степени двойки

$$a_n = a_{n-3} + 3a_{n-1} - 3a_{n-2}$$

$$a_{n+1} = 3(a_{n-3} + 3a_{n-1} - 3a_{n-2}) + a_{n-2} - 3a_{n-1}$$

$$a_{n+1} = 3a_n + a_{n-2} - 3a_{n-1}$$

$$a_{n+1} = 3(a_n - a_{n-1}) + a_{n-2}$$

$$a_{n+1} = 3(x+1)^2 + (x-1)^2 - 3x^2$$

$$3x^2 + 6x + 3 + x - 1 - 3x$$

$$a_{n+1} = 3x^2 + 4x + 2$$

$$a_{n+1} = 3x^2 + 6x + 3 + x^2 - 2x + 1 - 3x^2$$

$$a_{n+1} = x + 4x + 4$$

$$a_{n+1} = (x+2)^2$$

Черновик

1 3 1 3 1 2 1 1 1 2 1

1 2 1 3 1 2 1 1 1 2 1

$$\frac{R}{\sin 30} = \frac{30}{\sin x}$$

$$b_{n+1} \cdot b_{n-1}^3 = b_{n-2} \cdot b_n^3$$

$$b_{n+1} = \frac{b_{n-2} \cdot b_n^3}{b_{n-1}^3}$$

$b_5 = 2^9$

$b_6 = 2^{16}$

$b_{2023} = 2^{(2021)^2}$

$$b_{n+1} = \frac{b_{n-2} \cdot b_{n-3}^3 \cdot \left(\frac{b_{n-1}}{b_{n-2}}\right)^3}{b_{n-1}^3}$$

$$b_{n+1} = \frac{b_{n-3}^3 \cdot b_{n-1}^6}{b_{n-2}^8}$$

$\sqrt{\frac{3}{4}}\, x$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60$

$\sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$b_{n+2} = \frac{b_{n-1} \cdot b_{n+1}^3}{b_n^3}$$

$$b_5 = \frac{b_2 \cdot b_4^3}{b_3^3}$$

$$\frac{b_2 \cdot 2^{4^3}}{b_3 2^3} = 2^{\cancel{4}9}$$

$$b_6 = \frac{b_3 \cdot b_5^3}{b_4^3}$$

17-96-23-31 (140.2)

Черновик

$p^q - q^p + 3 = 2^{p-1}$

$p^q - q^p$ – нечетно, пусть $p=2$

$2^q - q^2 + 3 = 2$

-1

$2^q + 1 = q^2$ $\quad q=3 \quad p=2$

Пусть $2^q > q^2$

тогда $2^{(q+1)} = (q+1)^2$

$2^q \cdot 2 = q^2 + 2q + 1$

$2^q = 2q + 1$

$q = 2 \quad p = 1$

Пусть $q = 2$

$p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}$

$1 - 2 + 3 = \cancel{2}\,0$

$9 - 8 + 3 = \cancel{8}\,4$

$4 - 4 + 3 = \cancel{4}\,2$

$16 - 16 + 3 =$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик: 19

П - 1

О - 5

К - 1

Р - 3

И - 1

В - 2

Б - 1

Ь - 1

Е - 1

Ы - 2

Г - 1

$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$

$b_1 = 2$

$b_2 = 1$

$b_3 = 2$

$b_4 \cdot b_2^3 = b_1 \cdot b_3^3$

$b_4 = \frac{b_1 \cdot b_3^3}{b_2^3}$

$(R+x) = 4x$

$R = 3x$

$b_5 \cdot b_3^3 = b_4^3 \cdot b_2$

$$\boxed{b_n = b_{n-3}\left(\frac{b_{n-1}}{b_{n-2}}\right)^3}$$