0 243297 280001

24-32-97-28
(120.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Паличева Евгения Ивановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
24-32-97-28	105	7	21	21	21	14	21	X	X

Оценка: 85 (восемьдесят пять)

24-32-97-28

Черновик

$$\times\ \begin{array}{r}64\\8\\\hline 512\end{array}$$

$$5k+k+n+\frac{k+n}{5}+m+\frac{\frac{k+n}{5}+m}{5}$$

$m+n+k=101$

$2\ \frac{1\cdot 16^3}{2^3}=8^3$

$b_n=\frac{b_{n-3}\cdot b_{n-1}^3}{b_{n-2}^3}$

$b_7=\frac{16\cdot 1}{2^3}=72$

$q^{p-1}\underset{p}{\equiv}1$

$q^p\underset{p}{\equiv}q$

$b_4=\frac{2\cdot 2^3}{1}=2^4=16$

$p^q-q^p+2\ \vdots\ p$

p и q – разной четности

$9-8+3=4$

$8-9+3=2$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b_n	2	1	2	16	512	~~[illegible]~~					

$$\times\ \begin{array}{r}2021\\2021\\\hline 2021\\4042\ \ \\4042\ \ \ \ \ \\\hline 4084441\end{array}$$

№1. $p^q - q^p + 3 = 2^{p-1}$ $\quad p \neq 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow p^q - q^p + 3$ - четно $\Rightarrow p$ и q разной четности $\quad$ ч-ч+н=н

н-н+н=н $\quad \Rightarrow p=2$ или $q=2$

1) $p=2$ $\quad 2^q - q^2 + 3 = 2$ $\quad 2^q = q^2 - 1$

$(2^q)' = \ln 2 \cdot 2^q$

$(q^2-1)' = 2q$

$2^q > q^2 - 1 \ \forall q \geq 4 \Rightarrow q = 3$

$2^3 = 3^2 - 1$

$8 = 8$

2) $q=2$ $\quad p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}$ $\quad p^2 + 3 = 3 \cdot 2^{p-1}$

$3 \cdot 2^{p-1} > p^2 + 3$

$3 \cdot 2^p > 2p^2 + 6$ $\quad \forall p \geq 4$ $\quad (3 \cdot 2^p)' = 3 \cdot \ln 2 \cdot 2^p$ $\quad (2p^2+6)' = 4p$

$p = 3$ $\quad 3 \cdot 8 = 2 \cdot 9 + 6$

$24 = 24$

Ответ: $p=2, q=3$; $p=3, q=2$.

№4.

b_n	2	1	2	16 (2^4)	512 (2^9)	2^{16}	2^{25}	2^{6^2}	2^{7^2}	2^{8^2}
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$b_4 = \frac{2 \cdot 2^3}{1^3} = 16$ $\quad b_5 = \frac{1 \cdot 16^3}{2^3} = 512$ $\quad b_6 = \frac{2 \cdot 512^3}{16^3}$

$b_6 = \frac{2 \cdot 2^{27}}{2^{12}} = 2^{16}$ $\quad b_7 = \frac{2^4 \cdot 2^{48}}{2^{27}} = 2^{25}$

$b_n = \frac{2^{(n-5)^2} \cdot 2^{3(n-3)^2}}{2^{3(n-4)^2}} = 2^{(n^2 - 10n + 25 + 3n^2 - 18n + 27 - 3n^2 + 24n - 48)} =$

1

$= 2^{n^2-4n+4} = 2^{(n-2)^2}$

$b_{2023} = 2^{2021^2} = 2^{4084441}$

Ответ: $b_{2023} = 2^{4084441}$

~~№3. Рассмотрим варианты количества пакетов при разных допустимых уровнях вложенности L.~~

~~$L=0$ ⇒ 101 пустой пакет и в них нет других пакетов~~

~~$L=1$ 21 пакет в 20 из них по 5 пакетов~~

~~101 пустой пакет и еще 20 непустых~~

~~$101+20=121$~~

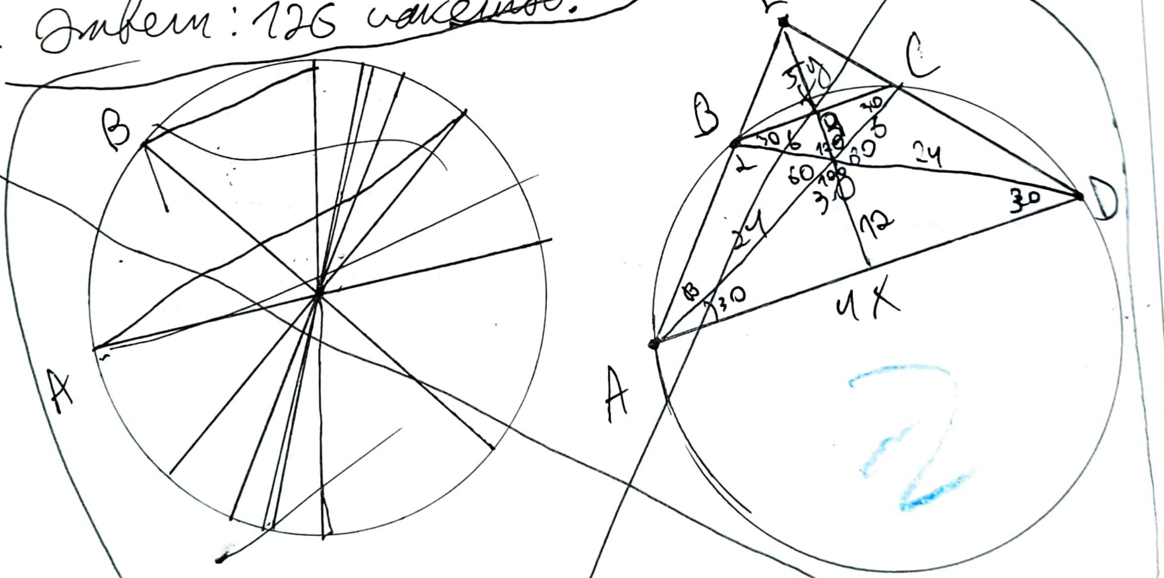
~~97 пакетов в одном из них 5 пакетов~~

~~101 пустой 1 непустой $101+1=102$~~

~~$L_{max}=25$, т.к. операция добавления пяти пустых пакетов отнимает один, на каждом добавлении мы увеличиваем число пакетов на 4~~

№3. Когда в изначальный пустой пакет мы добавляем 5 новых, кол-во пустых пакетов увеличивается на 4, и так на любой итерации: (один пакет заполняется, пять добавляются $5-1=4$). Значит всего добавлений было $\frac{101-1}{4}=25$ => в процессе заполнения было добавлено $25\cdot5=125$ пакетов => всего пакетов вместе с начальным $1+125=126$

Ответ: 126 пакетов.



$4y=y+15$

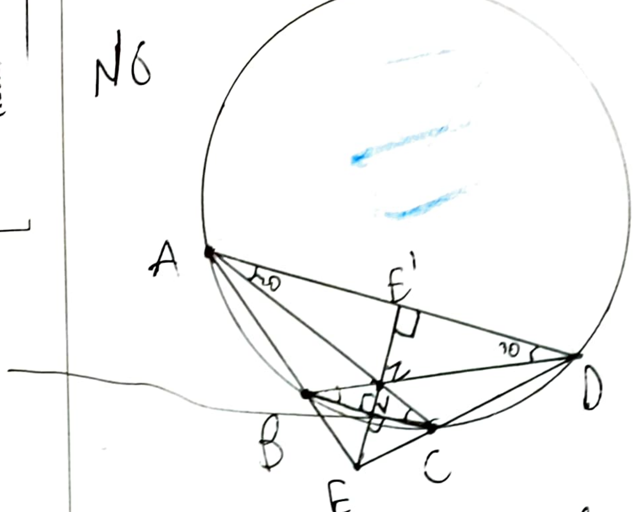
$y=5$

$2x=24\cdot\cos30^\circ=12\sqrt{3}$

3

24-32-97-28 (120.1)

N6



$|AC| = 30$

$S_{AED} - ?$

ABCD — трапеция, вписанная в окружность =>

=> ABCD — равнобокая трапеция $AB = CD$

опустим на AD перпендикуляр EE'

$$S_{AED} = \frac{|EE'| \cdot |AD|}{2}$$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = 60^\circ \Rightarrow \angle ADB = \angle CAD = 30^\circ =$
$= \angle BCA = \angle CBD$

Z — точка пересечения AC и BD

V — точка пересечения BC и EZ

$\triangle BZC \sim \triangle AZD$ с коэф. $k = 4$ (сторона и два угла)

$$\begin{cases} |AZ| + |ZC| = 30 \\ \frac{|AZ|}{|ZC|} = 4 \end{cases} \Rightarrow 5|ZC| = 30 \quad |ZC| = 6 \quad |AZ| = 24$$

$|E'A| = |AZ| \cdot \cos(30^\circ) = 12\sqrt{3} = \frac{|AD|}{2}$

Найдем $|EE'|$ $\quad |E'Z| = |AZ| \cdot \sin(30^\circ) = 12$

из подобия $\triangle BZC$ и $\triangle AZD$ $\quad |ZV| = \frac{|AZ|}{4} = 3$

$\angle EBC = \angle ECB = \angle EAD = \angle EDA$ ($BC \parallel AD$)

$\triangle BEC \sim \triangle AED$ (сторона и углы) коэф $k_2 = 4 = \frac{|AD|}{|BC|}$

$|EV| = \frac{|VE'|}{4}$ $\quad 3|EV| = |VE'| = 15$

$|EV| = 5 \quad |EE'| = 20$

$S_{AED} = \frac{|EE'| \cdot |AD|}{2} = 20 \cdot 12 \cdot \sqrt{3} = 240\sqrt{3}$

Ответ: $S_{AED} = 240\sqrt{3}$

№5. Игру можно считать законченной, если в таблице остались буквы но одной и выигрывает тот, кто оставил после себя меньше количество букв.

Изначально наборов букв 11

п о к р и в б ь е ы г
о р в ы
о р
о р
о

~~Первым хода Алиса зачеркивает любой набор букв. Далее если Боря сохранит количество наборов, то есть вычеркнет один набор не полностью, повторяем его действие, если же Боря вычеркнет один набор полностью, повторяем и это действие.~~

~~Вр Алиса вонсио эставьяюз после себя четное кол-во наборов букв, содержащих всее одной буквы~~

Первым ходом Алиса вычеркивает три буквы "о".
Далее, если Боря вычеркивает три буквы "р", Алиса вычеркивает одну букву "о", "в" или "ы", и далее копирует его действия до победы
Если Боря вычеркивает набор из двух букв, Алиса вычеркивает две буквы "р" и далее копирует его действия до победы
Если Боря вычеркивает набор из одной буквы, ~~и~~ Алиса вычеркивает одну букву р и копирует его действия до победы.
Если Боря вычеркнет две буквы "р" Алиса вычеркивает один набор из двух букв, затем копирует действия Бори до победы.
Ответ: ~~Выигрывает~~ выигрывает Алиса, если первым ходом вычеркнет три буквы "о" и далее в зависимости от действий Бори

(6)

~~Пойду~~ воспишим одним из ⑥ способов.
указанных на странице

№2. Найдем общее кол-во участков дороги в городе $(23-1)\cdot 10+(10-1)\cdot 23=$
$=220+207=427$ ~~Ответ: 128−427 229~~

$427:7=61$

Начнем с клетки $(1,1)$

~~$9\cdot 23+22=229$~~

~~$9+22\cdot 10=229$~~

~~Всего перекрестков $23\cdot 10=230$ 228 раз~~
~~ных должны содержать хотя бы 2 принадлежащих~~
~~участка~~ и 2 по одному ~~$\frac{228\cdot 2+2}{2}=229$~~

минимальное число ребер в связном графе на n вершинах − $n-1$
перекрестков $23\cdot 10=230 \Rightarrow$ понадобится
$230-1=229$ участков для связи этих
230 перекрестков $\Rightarrow$ ремонтировать
можно $427-229=198$ участков
Ответ: 198 участков можно одновременно ремонтировать.

7

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников
„Покори Воробьёвы горы!"
Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова
академику В.А. Садовничему
ученика 9 класса
ГБНОУ Пензенской области
Губернский лицей
Евгения Ивановича Пашичева

В повышении оценки отказать

апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы - 85 - за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что уверен в изложенных решениях.

16.04.23