0716450770003

71-64-50-77
(122.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10-С-1 вар.2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Васильева Андрея Владимировича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
71-64-50-77	100	20	20	20	20	20	X	X	X

100 (сто)

71-64-50-77
(122.1)

Черновик

№1.

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=$

$=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

$2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1$.

$\cos^2(x-\frac{\pi}{8})-\sin^2(x-\frac{\pi}{8})=\cos(2x-\frac{\pi}{8})$.

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=$

$=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1=\cos 2x\cos\frac{\pi}{4}+\sin 2x\sin\frac{\pi}{4}=$

$=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1$

$1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x=$

$=1-2\sqrt{2}\sin x\cos x+2\sqrt{2}\cos^2 x-2\sqrt{2}\sin^2 x=$

$=1-\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x+1$

$\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}\cos 2x=\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}\sin 2x$

$\cos 2x=\sin 2x$.

Если $\cos 2x=0 \Rightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$. То. $\sin 2x=0$

$x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}$ $n\in Z$. $2x=\pm\pi n$.

$x=\pm\frac{\pi n}{2}$. $\Rightarrow$ не равны.

Тогда $\cos 2x\neq 0 \Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x}=1$.

$tg\, 2x=1$.

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$.

$\sin 2x-\cos 2x=$

$=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})=$

$=\sin 2x\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos 2x\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=$

$=\sin 2x-\cos 2x$.

$\sin(2x-\frac{\pi}{4})=0$.

$2x-\frac{\pi}{4}=\pi n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$.

Лист 8.

Черновик

№2.

1) Мот. - ост.
Мот. - позже.

$\frac{S}{2v} = t$. $\quad S = 2vt = vt + 3v$

$vt = 3v$

$t = 3$ч.

$\frac{S}{v} = t + 3$.

2). ~~Мот.~~ - Вел - ост. $\quad$ отр. пол отр.

Мот. - позже.

$\frac{S}{2v} = t \Rightarrow 2vt = vt - v$

$vt = -v$

$t = -1$ - против.

$\frac{S}{v} = t - 1$

3). Мот. - ост.
Вел. - позже.

$\frac{S}{2v} = t \qquad 2vt = vt + v$

$vt = v$

$t = 1$ ч.

$\frac{S}{v} = t + 1$.

4) Вел. - ост.
Вел. - позже.

$\frac{S}{2v} = t \quad 2vt = \cancel{vt+} vt - 3v$

$vt = -3v$

$t = -3$ - против.

$\frac{S}{v} = \cancel{t+3}\, t - 3$

Ответ: 16:00, 19:00.

$x_3^2x_1 + x_3^2x_2 + x_1x_2x_3 = 7x_3$.

$x_1^2x_2 + x_1x_2x_3 + x_1^2x_3 = 7x_1$

$x_2^2x_1 + x_2^2x_3 + x_1x_2x_3 = 7x_2$

№3.

$x^3 - 6x^2 + 7x - 1 = 0$

$x_1 + x_2 + x_3$

$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) =$

$= (x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2)(x - x_3) =$

$= x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)x -$

$- x_1x_2x_3 = 0$.

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{-6}{1} = 6$.

$(x-a)(x-b)(x-c) =$

$-abc$

$= x^3 - 1 = 0$.

$x(x-1)(x-2) =$

$= x(x^2 - 3x + 2) =$

$= x^3 - 3x^2 + 2x$

$1 + 2 + 0$

$-a =$

$2(x_1 + x_2 + x_3) = -a$

$a = -12$.

$b = (x_1 + x_2)(x_2 + x_3) + 7$

$-c = (x_1 + x_2)(x_2 + x_3)(x_3 + x_1) =$

$= (x_1x_2 + x_2^2 + x_1x_3 + x_2x_3)(x_3 + x_1) =$

$= x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_2^2x_1 + x_2^2x_3 +$

$+ x_3^2x_1 + x_3^2x_2 + 2x_1x_2x_3$

$(a+b)(b+c)(c+a) =$

$= (ab + ac + bc + b^2)(a+c) =$

$= a^2b + a^2c + abc + b^2a + abc + a^2c +$

$+ c^2b + b^2c$

$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 7$.

$x_1x_2x_3 = 1$

$-c = 7(x_1 + x_2 + x_3) - x_1x_2x_3 = 42 - 1 = 41$

$c = -41$.

Лист 9.

71-64-50-77 (122.1)

Черновик

№3.

$b = (x_1+x_2)(x_2+x_3) + (x_2+x_3)(x_3+x_1) + (x_1+x_3)(x_1+x_2)$

$b = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + x_2^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 + x_3^2 + x_1^2 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 =$

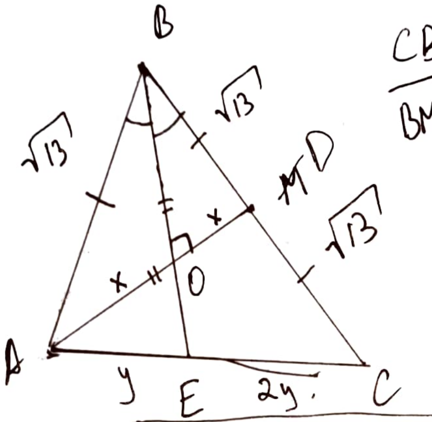
$= 3(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1+x_2+x_3)^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 =$

$= 6^2 + 7 = 43.$

$(x_1+x_2+x_3)^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3 - 2x_1x_3$

$x^3 - 12x^2 + 43x - 41 = 0.$

№4.



$\frac{CB}{BM} \cdot \frac{MO}{AO} \cdot \frac{AE}{EC} = 1.$

$\frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{13}} \cdot \frac{x}{x} \cdot \frac{y}{2y} = 1.$

$2x = \sqrt{13+13-2\cdot 13^2\cdot \cos\angle B}$

$3y = \sqrt{13+4\cdot 13 - 2\cdot 13\cdot 2\cdot \cos\angle B}$

$4x^2 = 26 - 26\cos\angle B$

$9y^2 = 65 - 52\cos\angle B$

$8x^2 = 52 - 52\cos\angle B$

$9y^2 = 65 - 52\cos\angle B$

$9y^2 - 8x^2 = 13$

$3y = \sqrt{8x^2+13}.$

$\cancel{\frac{2x\cdot 3y}{2}} - ?$

$S_{ABD} = S_{ADC}.$

$\frac{3y}{y} \cdot \frac{OE}{OB} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 1.$

$3OE = OB. \Rightarrow OE = \frac{1}{2}x$

$OB = \frac{3}{2}x.$

$\left(\frac{3}{2}x\right)^2 + x^2 = 13.$

$\frac{9}{4}x^2 + x^2 = 13 \Rightarrow \frac{13x^2}{4} = 13 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2.$

$S_{ABO} = \frac{\frac{3}{2}x \cdot 2x}{2} = \frac{3}{2}x^2 = \frac{3}{2}\cdot 4 = 6.$

$S_{ABC} = 2S_{ABD} = 12.$ Ответ: 12.

Лист 10.

Черновик
№5.

$1=p_1<p_2<\ldots<p_k=N$.

$\sigma(N)$. $\quad p_3\cdot p_4\cdot p_{1876}\cdot p_{1877}\geq N^2$

$p_1, p_2, p_3, p_4, \ldots, p_{1876}, p_{1877}, p_{1878}, p_{1879}, \ldots$

Заметим, что ~~$p_i\cdot p_{k-i}=N$~~. $p_i\cdot p_{k+1-i}=N$.

~~Если $k\geq 1880$~~, то $p_3\cdot p_{k-3}=N$, $p_4\cdot p_{k-4}=N$.

~~Однако, $k-3\geq 1877$, $k-4\geq 1876$.~~

Если $k\geq 1880$, то $k+1-3\geq 1878$, $k+1-4\geq 1877$.

То есть, ~~$p_3\cdot p_{1878}=N$~~ $p_3\cdot p_{k-2}=N$, $p_4\cdot p_{k-3}=N$

$p_{k-2}>p_{1877}$ $\quad p_{k-3}>p_{1876}$.

$\Rightarrow p_3\cdot p_4\cdot p_{1876}\cdot p_{1877}<N^2$.

Противоречие. Значит, $k\leq 1879$. С другой стороны, раз p_{1877} есть, то $k\geq 1877$. Итого.

$k=1877$, $k=1878$, $k=1879$ — подходят.

1877 | 7 = 268 (ост. 1)
1877 | 11 = 170 (ост. 7)
1877 | 13 = 144 (ост. 5)
1877 | 17 = 110 (ост. 7)
1877 | 23 = 81 (ост. 14)
$23\times 23=529$
1877 | 29 = 64 (ост. 21)
$29\times 7=203$
1877 | 31 = 60 (ост. 17)
$29\times 6=174$
$44\times 44=1936$
$44^2=1936$
1877 | 37 = 50 (ост. 27)
$37\times 5=185$
$29\times 4=116$
1877 | 41 = 45 (ост. 32)
1877 | 43 = 43 (ост. 28)
1878 | 2 = 939
939 | 3 = 313
313 | 7 = 44 (ост. 5)
313 | 13 = 24 (ост. 1)
313 | 11 = 28 (ост. 5)
313 | 17 = 18 (ост. 7)

Лист 11.

Черновик

$$\begin{array}{r|l} 1870 & 11 \\ -11 & 170 \\ 77 & \\ -77 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times\ 19 \\ \hline 171 \\ +\ 19\ \ \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1876 \\ \times\ \ \ 3 \\ \hline 5628 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1878 \\ \times\ \ \ 3 \\ \hline 5634 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -28 \\ \hline 6 \end{array}$$

$(x-a)(x-b)(x-c)=(x^2-ax-bx+ab)(x-c)=$

$=x^3-cx^2-ax^2-bx^2+abx+acx+bcx-abc$

Лист 12.

Чистовик

№1.

$1-\sqrt{2}\sin x\cdot(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cdot\cos x\cdot(2\cos x-\sin x)=$

$=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$.

1) $2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1$.

$\cos(2x-\frac{\pi}{4})=\cos 2x\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\sin 2x\sin\frac{\pi}{4}=$

$=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) $1-\sqrt{2}\sin x\cdot(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cdot\cos x\cdot(2\cos x-\sin x)=$

$=1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x=$

$=1+2\sqrt{2}\cos^2 x-2\sqrt{2}\sin^2 x-2\sqrt{2}\sin x\cos x=$

$=1+2\sqrt{2}\cos 2x-\sqrt{2}\sin 2x$.

$1+2\sqrt{2}\cos 2x-\sqrt{2}\sin 2x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x$

$(2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})\cos 2x=(\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2})\sin 2x$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}\cos 2x=\frac{3\sqrt{2}}{2}\cancel{\sin x}\sin 2x$

$\cos 2x=\sin 2x$

Если $\cos 2x=0$, то $2x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$. $\sin 2x=0\Rightarrow 2x=\pi k, k\in Z$.

Но $\frac{\pi}{2}+\cancel{\pi}n=\pi k\Rightarrow\frac{1}{2}=k-n\in Z$ – противоречие.

Значит, $\cos 2x=0$ – не подходит. Тогда $\frac{\sin 2x}{\cos 2x}=1\Rightarrow$

$\Rightarrow tg 2x=1\Rightarrow 2x=\frac{\pi}{4}+\pi m, m\in Z.\Rightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi m}{2}, m\in Z$.

Ответ: $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi m}{2}, m\in Z$.

Лист 1.

Чистовик №2.

A → B

Рассмотрим несколько случаев (v – скорость вел. => $2v$ – мотоц., S – расстояние от A до B).

1). Мот. выехал позже, и он сделал остановку.

$\frac{S}{2v}=t$, $\frac{S}{v}=t+3$ => $2vt=vt+3v$ => $t=3$ч.

2) Мот. выехал позже, но вел. делал остановку

$\frac{S}{2v}=t$ $\frac{S}{v}=t-1$ => $2vt=vt-v$ => $t=-1$ч – противоречие.

3) Вел. выехал позже, но мот. сделал остан.

$\frac{S}{2v}=t$ $\frac{S}{v}=t+1$ => $2vt=vt+v$ => $t=1$ч.

4) Вел. выехал позже, и он сделал. остановку.

$\frac{S}{2v}=t$ $\frac{S}{v}=t-3$ => $2vt=2vt-3v$ => $t=-3$ч – противоречие.

~~Значит, они ехали либо 1 час, либо 3 часа.~~

~~Заметим, что 1 час они ехать не~~

~~Ответ:~~

~~могли, ведь тогда в~~

1 час ехал мотоциклист в 3 случае, когда он сделал остановку, но выезжал первым: суммарное время: $1+2=3$ч. => 16:00. (13:00 + 3ч).

3 часа ехал мотоциклист в 1 случае, когда он выехал позже, но сделал остановку:

~~$2+1+3=4$ч. => 17:00.~~

$2+3=5$ч. (14:00 + 5) = 19:00.

Ответ: 16:00, 19:00.

Лист 2.

Чистовик

№3.

$x^3-6x^2+7x-1=0.$ $x_1; x_2; x_3$ – корни.

По т. Виета: $x_1+x_2+x_3=-\frac{-6}{1}=6$

$x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{7}{1}=7$

$x_1x_2x_3=-\frac{-1}{1}=1.$

$x^3+ax^2+bx+c=0.$

По т. Виета:

$2(x_1+x_2+x_2)=-\frac{a}{1}=-a.$

$(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_3+x_1)(x_1+x_2)+(x_2+x_3)(x_3+x_1)=\frac{b}{1}=b.$

$(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)=-\frac{c}{1}=-c.$

$2(x_1+x_2+x_3)=12=-a \Rightarrow a=-12.$

$(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_3+x_1)(x_1+x_2)+(x_2+x_3)(x_3+x_1)=$

$=x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_2^2+x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1^2+x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_3^2=$

$=3(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)+(x_1^2+x_2^2+x_3^2)=$

$=(x_1+x_2+x_3)^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=6^2+7=43.=b.$

$(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)=(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_2^2)(x_3+x_1)=$

$=x_1x_2x_3+x_3^2x_2+x_3^2x_1+x_2^2x_3+x_1^2x_2+x_1x_2x_3+x_1^2x_3+x_2^2x_1=$

$=x_1^2x_3+x_1x_2x_3+x_1^2x_2+x_2^2x_1+x_1x_2x_3+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_1x_2x_3+x_3^2x_2-$

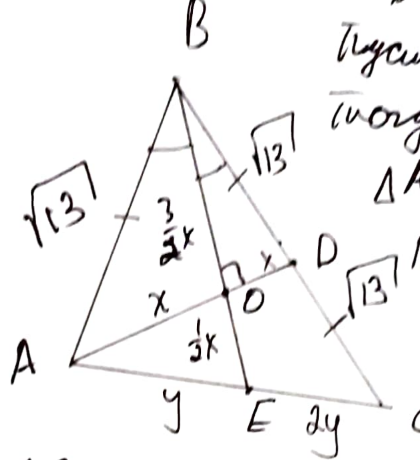
$-x_1x_2x_3=x_1(x_1x_3+x_2x_3+x_1x_2)+x_2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+$

$+x_3(x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3)-x_1x_2x_3=(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)-$

$-x_1x_2x_3=6\cdot 7-1=41=-c \Rightarrow c=-41.$

Лист 3. Ответ: $a=-12;\ b=43;\ c=-41.$

Чистовик №4.



Пусть $AD \cap BE$ в т. O.
Тогда BO — бисс. и выс. в $\triangle ABD \Rightarrow BD = AB = \sqrt{13}$.
$BD = DC = \sqrt{13}$.
Тогда: $AB = \sqrt{13}$, $BC = 2\sqrt{13}$.
По зам. св-ву бисс:

$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{EC}$. Тогда пусть $AE = y \Rightarrow EC = 2y$.

$AO = x \Rightarrow OD = x$ (BO ещё и медиана.) Тогда $AD = BE = 2x$.

По т. Менелая для $\triangle BEC$, AD — прямая:

$\frac{AC}{AE} \cdot \frac{EO}{OB} \cdot \frac{BD}{DC} = \frac{3y}{y} \cdot \frac{OE}{OB} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow OB = 3OE$.

$BE = 2x \Rightarrow OB = \frac{3}{2}x$, $OE = x$. В $\triangle BOD$:

$BO = \frac{3}{2}x$, $OD = x$, $BD = \sqrt{13}$. По т. Пифагора:

$\frac{9}{4}x^2 + x^2 = 13 \Rightarrow \frac{13x^2}{4} = 13 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ $(x > 0)$.

Тогда $S_{ABD} = \frac{BO \cdot AD}{2} = \frac{\frac{3}{2}x \cdot 2x}{2} = \frac{3}{2}x^2 = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$.

$S_{ABD} = S_{ADC}$, т.к. AD — мед. $\Rightarrow$ треуг. равновелики.
Тогда $S_{ABC} = 2S_{ABD} = 2 \cdot 6 = 12$. Ответ: 12.

№5.

Заметим, что $p_i \cdot p_{k+1-i} = N$.

Тогда, пусть $k \geq 1880$. $p_3 \cdot p_{k-2} = N$, $p_4 \cdot p_{k-3} = N$.
Но $p_{k-2} \geq p_{1878}$, $p_{k-3} \geq p_{1877} \Rightarrow p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1878} \cdot p_{1877} <$
$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1877} \cdot p_{1878} \leq p_3 \cdot p_4 \cdot p_{k-3} \cdot p_{k-2} = N^2$ — противоречие, значит, $k \leq 1879$. С другой стороны, p_{1877} существует $\Rightarrow k \geq 1877$. Получаем 3 варианта

Лист 4.

Чистовик

№5 (продолж.)

К: 1877, 1878, 1879. Известно, что все простые делители числа находятся до $\sqrt{N}$, если число равно N. $\sqrt{1879} < \sqrt{1936} = 44$. Нужно перебрать все простые до 44.

Очевидно, что 1877 и 1879 не делятся на 2, 3, 5.

Не будем смотреть на делимость 1879, можно посмотреть на остаток при делении 1877.

Если $1877 \underset{p}{\equiv} -2 \Rightarrow 1879 \underset{p}{\equiv} 0$, иначе не делится.

1877 | 7
-14 | 267
47
-42
57
-49
6

$6 \underset{7}{\equiv} -1$.

1877 | 11
-11 | 170
77
-77
7

$7 \underset{11}{\equiv} -4$

~~1877 | 13~~
~~-165 | 5~~

1877 | 13
-13 | 144
57
-52
57
-52
5

$5 \underset{13}{\equiv} -8$.

1877 | 17
-17 | 110
17
-17
7

$7 \underset{17}{\equiv} -10$.

1877 | 19
-171 | 98
167
-152
15

$15 \underset{19}{\equiv} -4$.

1877 | 23
-184 | 81
37
-23
14

$14 \underset{23}{\equiv} -9$

1877 | 29
-174 | 64
137
-116
21

$21 \underset{29}{\equiv} -8$

1877 | 31
-186 | 6
17

$17 \underset{31}{\equiv} -14$

1877 | 37
-185 | 5
27

$27 \underset{37}{\equiv} -10$.

1877 | 41
-164 | 45
237
-205
32

$32 \underset{41}{\equiv} -9$.

1877 | 43
-172 | 43
157
-129
28

$28 \underset{43}{\equiv} -15$

2

Ни 1877, ни 1879 не делятся ни на какие простые до $\sqrt{1936} \Rightarrow$ простых делителей нет $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ они оба простые.

Лист 5.

Чистовик

№5 (продолж. 2).

~~1872~~ $1878 = 2 \cdot 3 \cdot 313$

$$\begin{array}{r|l} 1878 & 6 \\ -18 & 313 \\ \hline 7 & \\ -6 & \\ \hline 18 & \\ -18 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Заметим, что 313 – простое.

$313 < 361$. $\sqrt{361} = 19$.

Переберём простые числа до 19.

$313 \not\vdots\ 2, 3, 5$ – очевидно.

$$\begin{array}{r|l} 313 & 7 \\ -28 & 44 \\ \hline 33 & \\ -28 & \\ \hline 5 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 313 & 11 \\ -22 & 28 \\ \hline 93 & \\ -88 & \\ \hline 5 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 313 & 13 \\ -26 & 24 \\ \hline 53 & \\ -52 & \\ \hline 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 313 & 17 \\ -17 & 18 \\ \hline 143 & \\ -136 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 313 & 19 \\ -19 & 16 \\ \hline 123 & \\ -114 & \\ \hline 9 & \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ \times\ 5 \\ \hline 95 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ \times\ 6 \\ \hline 114 \end{array}$$

Доказано.

$N = q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} \ldots p_s^{\alpha_s}$ (q_i – простое). Если представить N в таком виде, то понятно, что кол-во делителей это $(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\ldots(\alpha_s+1)$ – ведь выбрать степень q_i числа: от 0 до α_i – $\alpha_i + 1$ способ.

Если k – простое, то у числа лишь 1 простой множитель, иначе k было бы составным.

$N = q^{1876}$, при $k = 1877$, $N = q^{1878}$, при $k = 1879$.

тогда: $N^3 = q^{5628} \Rightarrow \sigma(N^3) = 5629$, $N^3 = q^{5634} \Rightarrow \sigma(N^3) = 5635$

Если $k = 1878$. ~~1) $N = p_1$~~ 1) $N = q_1 \cdot q_2^2 \cdot q_3^{312}$

2) $N = q_1^5 \cdot q_2^{312}$ 3) $N = q_1^2 \cdot q_2^{625}$ 4) $N = q_1 \cdot q_2^{938}$

5) $N = q_1^{1877}$

1: $N^3 = q_1^3 \cdot q_2^6 \cdot q_3^{936}$ $\quad 4 \cdot 7 \cdot 937 = \sigma(N^3) = 26326$

2: $N^3 = q_1^{15} \cdot q_2^{936}$ $\quad \sigma(N^3) = 16 \cdot 937 = 14992$

Лист 6.

Чистовик

№ 5 (продолж. 3)

$3:\ N^3 = q_1^6 \cdot q_2^{1875} \quad \sigma(N^3) = 7 \cdot 1876 = 13132$

$4:\ N^3 = q_1^3 \cdot q_2^{2814} \quad \sigma(N^3) = 4 \cdot 2815 = 11260$

$938 \times 3 = 2814$ $\quad 1877 \times 3 = 5631$

$5:\ N^3 = \cancel{q_1^{1877}}\ q_1^{5631} \quad \sigma(N^3) = 5632.$

$937 \times 28 = 26236$ ($7496 + 1874$) $\quad 937 \times 16 = 14992$ ($5622 + 937$) $\quad 1876 \times 7 = 13132$

$2815 \times 4 = 11260 \quad 28 \times 4 = 112$

Ответ: 5629, 5635, 26326, 14992, 13132, 11260, 5632.

Лист 7.