0 117911 500007

11-79-11-50
(123.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Родионовой Анны Михайловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+7 лист +1

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
11-79-11-50	90	20	20	20	20	10	0		

 90 (девяносто)

11-79-11-50 (123.2)

Чистовик

№1

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

$1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

$1-2\sqrt{2}\sin x\cos x+2\sqrt{2}(\cos^2 x-\sin^2 x)=1+\cos(2x-\frac{\pi}{4})$

$-\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\quad|:\sqrt{2}$

$-\sin 2x+2\cos 2x=\cos 2x\cdot\frac{1}{2}+\sin 2x\cdot\frac{1}{2}$

$\cos 2x(2-\frac{1}{2})=\sin 2x(\frac{1}{2}+1)$

$\cos 2x\cdot(\frac{3}{2})=\sin 2x\cdot(\frac{3}{2})$

$\cos 2x=\sin 2x$

$\operatorname{tg} 2x=1$

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2};\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2};\ k\in\mathbb{Z}$.

Чистовик

№2

Пусть $v_{вел} = V$ $v_{мот} = 2V$

Рассмотрим все различные случаи:

① Мот. выехал в 13:00 и сделал остановку 2ч, а вел выехал в 14:00.

Тогда:

мот 13:00 (ост 2ч) | $t+1-2=t-1$

вел 14:00 | t

Обозначим время вел. в пути за t, тогда время в пути мотоцикл: $t-1$.

$(t-1)2v = tv$

$2vt - 2v = tv \quad |:v$

$2t - 2 = t$

$t = 2 \Rightarrow$ прибыли: 14:00+2ч = <u>16:00</u>

② Мот. выехал в 13:00, а вел. в 14:00 и сделал ост. 2ч

Тогда:

мот 13:00 | t

вел 14:00 (ост 2ч) | $t-1-2=t-3$

Обозначим время мот. в пути за t, тогда время вел: $t-3$

$t_{мот} > t_{вел}$

$v_{мот} > v_{вел}$ $\Rightarrow$ они не могли прибыть одноврем., этот вариант не подх.

③ Мот. выехал в 14:00 и сделал ост 2ч, а вел. выехал в 13:00

Тогда:

мот 14:00 (ост 2ч) | $t-1-2=t-3$

вел 13:00 | t

Обозначим время вел в пути за t, тогда время мот: $t-3$

$(t-3)2v = tv$

$2tv - 6v = tv \quad |:v$

$2t - 6 = t$

$t = 6 \Rightarrow$ прибыли: 13:00+6ч = <u>19:00</u>

11-79-11-50 (123.2)

Чистовик

№2

(И) Мот выехал в 14:00, а вел в 13:00 и сделал ост.

сл Тогда:

мот	14:00	t
вел	13:00 (ост 2ч)	$t+1-2=t-1$

Обозначим время в пути мот за t, тогда время вел: $t-1$

$t_{мот} > t_{вел}$
$v_{мот} > v_{вел}$ $\Rightarrow$ они не могли прибыть одновременно, этот вариант не подх.

Ответ: 16:00 или 19:00.

№3

1) $x^3-6x^2+7x-1=0$ $\quad x_1, x_2, x_3$ – корни

По т. Виета: ~~$x_1+x_2+x_3=6$~~ ~~(x_1+x_2)~~

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=6 \\ x_1 \cdot x_2+x_1 \cdot x_3+x_2 \cdot x_3=7 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3=1 \end{cases}$$

2) $x^3+ax^2+bx+c=0$ $\quad$ корни $x_1+x_2,\ x_1+x_3,\ x_2+x_3$

По т. Виета:

$$\begin{cases} (1)\ x_1+x_2+x_1+x_3+x_2+x_3=-a \\ (2)\ (x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_3)(x_2+x_3)=b \\ (3)\ (x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3)=-c \end{cases}$$

(1) $x_1+x_2+x_1+x_3+x_2+x_3=2(x_1+x_2+x_3)=2\cdot 6=12=-a \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{a=-12}$

(2) $(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_3)(x_2+x_3)=$

$=x_1^2+x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_2x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_3^2=$

$=x_1^2+x_2^2+x_3^2+3(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=$

$=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+3(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=$

Чистовик

№3

$$(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=$$

$$=(x_1+x_2+x_3)^2+(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=$$

$$=36+7=43=b \Rightarrow \boxed{b=43}$$

$$(3)\ (x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3)=$$

$$=(x_1^2+x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3)(x_2+x_3)=$$

$$=x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1x_2x_3+x_1x_3^2+x_1x_2^2+x_1x_2x_3+x_2^2x_3+x_2x_3^2=$$

$$=x_1(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+x_2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+$$
$$+x_3(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-x_1x_2x_3=$$

$$=(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-x_1\cdot x_2\cdot x_3=$$

$$=6\cdot 7-1=42-1=41=-c \Rightarrow \boxed{c=-41}$$

Ответ: $a=-12$; $b=43$; $c=-41$

11-79-11-50
(123.2)

~~Чистовик~~

~~№5~~

Черновик

$\sin\frac{5\pi}{12}$

$\cancel{\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}$

$\cancel{\sin 2\alpha =}$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ $\quad \sin\frac{\alpha}{2} = \cos^2\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - 1$

$\cancel{\cos 2\alpha}$

$\cos 2\alpha =$

$45-13=32$ $\quad 8$ $\quad 256$

$8\cdot 32 = 8\cdot 16\cdot 2 = 4\cdot 2\cdot 16\cdot 2 = 4\cdot 4\cdot 16$

$16\cdot 16$

$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\sin\frac{5\pi}{12}$

$\cos 2\alpha = \sin^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} - 1$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}}$

$\sin\frac{5\pi}{12}$

$\sin\frac{5\pi}{12}$

$\sin\frac{5\pi}{12} = \sqrt{\frac{\cos\frac{5\pi}{6}+1}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

Черновик

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos^2 x-(1-\cos^2 x)=2\cos^2 x-1$

$2\cos^2 x=1+\cos 2x$

$1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x=1+\cos(2x-\frac{\pi}{4})$

$-2\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x+2\sqrt{2}(\cos^2 x-\sin^2 x)=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$-2\sin x\cos x+2(\cos^2 x-\sin^2 x)=\frac{1}{2}\cdot\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x$

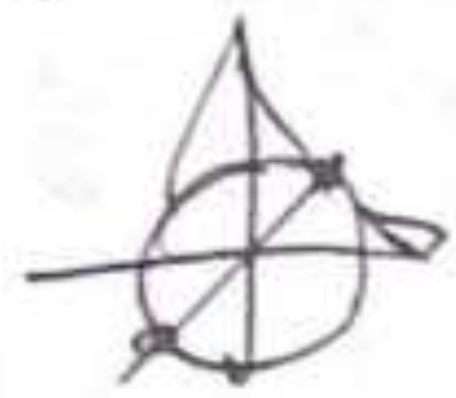
$-\sin 2x+2\cos 2x=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x$

$\cos 2x(2-\frac{1}{2})=\sin 2x(\frac{1}{2}+1)$

$\cos 2x(\frac{3}{2})=\sin 2x(\frac{3}{2})$

$\cos 2x=\sin 2x$

$\operatorname{tg} 2x=1$



$2x=\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z$

$\boxed{x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in Z}$

Черновик

12

13:00, 14:00, ост 2ч

① мот 13:00 (ост 2ч) | $t+1-2=t-1$
вел 14:00 | t

$(t-1)2v=tv$

$2vt-2v=tv$

$2t-2=t$

$t=2$ $14:00+2=16:00$

② мот 13:00 | t
вел 14:00 (ост 2ч) | $t-1-2=t-3$

$t_{мот}>t_{вел}$, $v_{мот}>v_{вел}$ ⇒ невозм

③ мот 14:00 (ост 2ч) | $t-1-2=t-3$
вел 13:00 | t

$(t-3)2v=tv$

$2tv-6v=tv$

$2t-6=t$

$t=6$ $13:00+6ч=\boxed{19:00}$

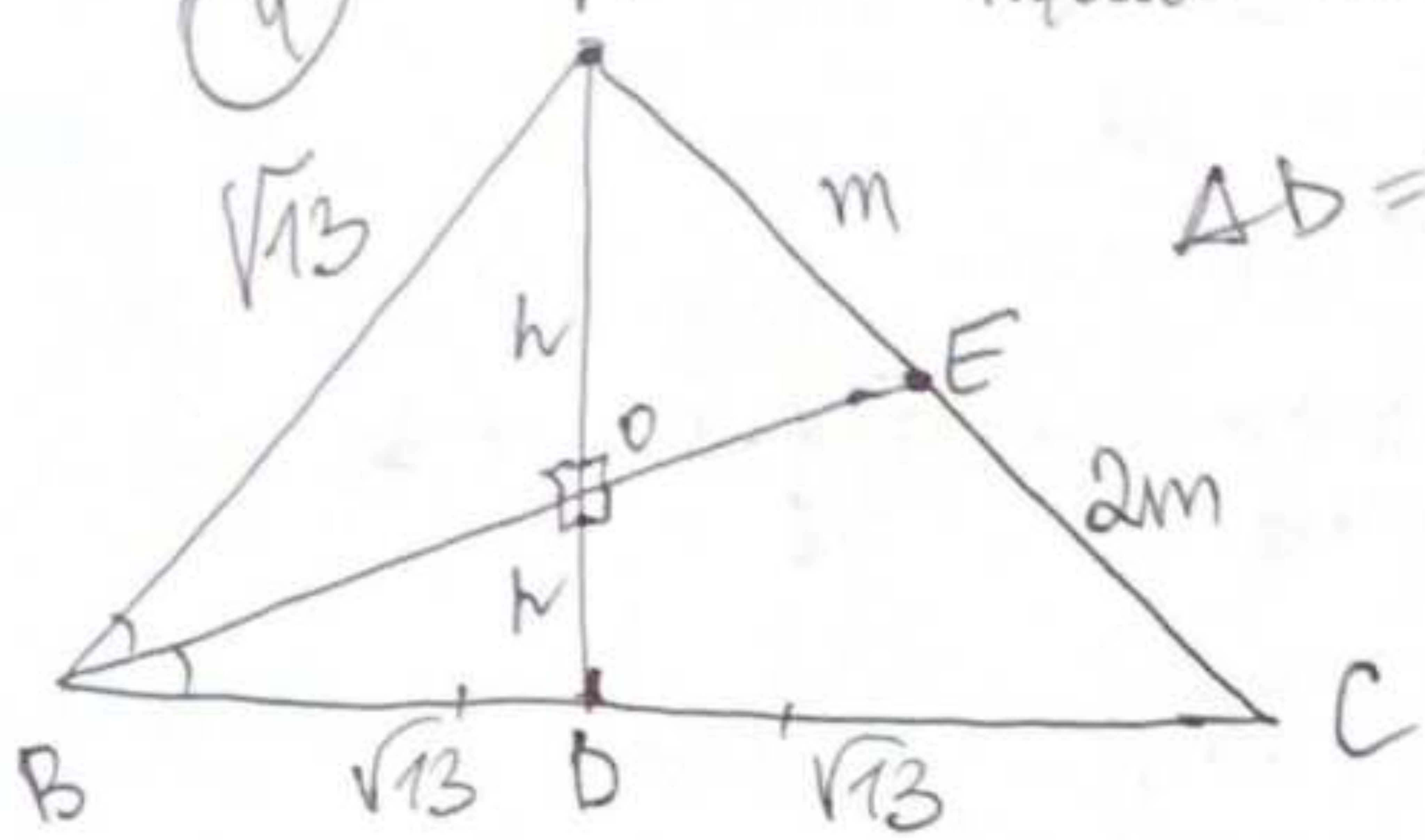
④ мот 14:00 | t
вел 13:00 (ост 2ч) | $t+1-2=t-1$

$t_{мот}>t_{вел}$
$v_{мот}>v_{вел}$ ⇒ не подх

$\boxed{16:00}$ $\boxed{19:00}$

4

Пусть О - т. пересеч



$AD = BE$

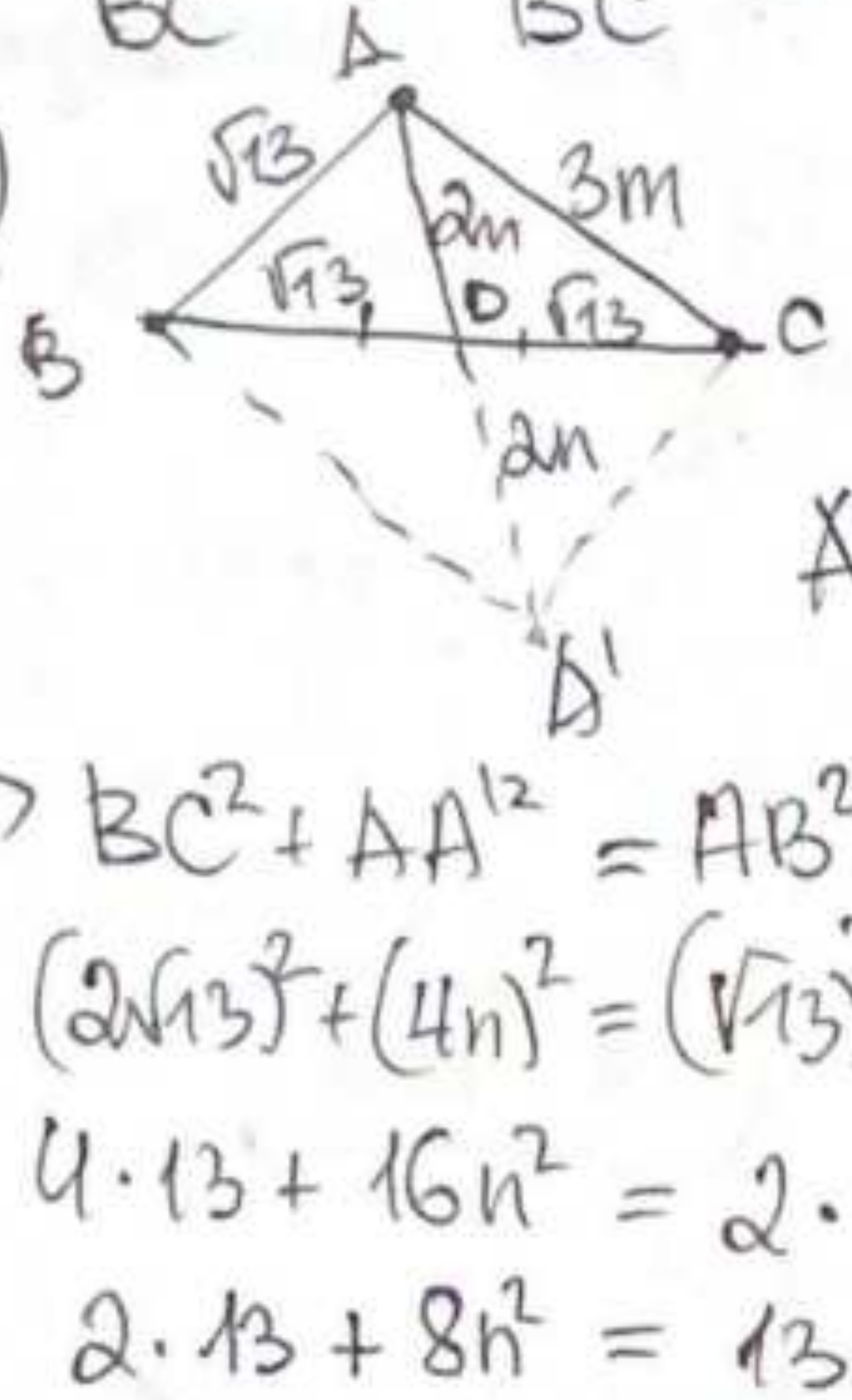
1) $\triangle BAD$: BO - бис-са, выс $\Rightarrow$ $\triangle BAD$ - равнобед $\Rightarrow$

$AB = BD = \sqrt{13} = DC$, $AO = OD = h$

2) По св-ву бис для $\triangle ABC$:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{BC} = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{13}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix} AE = m \\ BC = 2m \end{matrix}$$

3)



Продлим AD на свою длину:

$AD = DA'$

$ABA'C$ - пар-мм $\Rightarrow$

$$\Rightarrow BC^2 + AA'^2 = AB^2 + BA'^2 + A'C^2 + AC^2$$

$$(2\sqrt{13})^2 + (4h)^2 = (\sqrt{13})^2 + (3m)^2 + (\sqrt{13})^2 + (3m)^2$$

$$4 \cdot 13 + 16h^2 = 2 \cdot 13 + 2 \cdot 9m^2$$

$$2 \cdot 13 + 8h^2 = 13 + 9m^2$$

$$8h^2 = 9m^2 - 13 \qquad [AD^2 = (2h)^2 = 4h^2]$$

$$4h^2 = \frac{9m^2 - 13}{2} = AD^2$$

4) По формуле длины бис-сы:

$$BE^2 = AB \cdot BC - AE \cdot EC = (\sqrt{13}) \cdot (2\sqrt{13}) - m \cdot 2m =$$

Черновик №2-1

$(x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3) =$

$=(x_1^2+x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3)(x_2+x_3)=$

$= x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + \boxed{x_1x_2x_3} + x_1x_3^2 + x_1x_2^2 + \boxed{x_1x_2x_3} + x_2^2x_3 + x_2x_3^2 =$

$= x_1(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3) + x_2(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3) +$

$+ x_3(x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3) - x_1x_2x_3 =$

$=(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3) - x_1x_2x_3 =$

$= 6\cdot 7 - 1 = 42 - 1 = 41 = -c$

$\boxed{\cancel{c=41}}$ $\boxed{c=-41}$

$\boxed{4-2}$

$= 2\cdot 13 - 2m^2$

т.к. $BE = AD$ $BE^2 = AD^2$

$\frac{9m^2-13}{2} = 2\cdot 13 - 2m^2$

$9m^2 - 13 = 4\cdot 13 - 4m^2$

$13m^2 = 3\cdot 13$

$m^2 = 3 \Rightarrow m = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 3m = 3\sqrt{3}$

$p = \frac{\sqrt{13}+2\sqrt{13}+3\sqrt3}{2} = \frac{3\sqrt{13}+3\sqrt3}{2}$

По Герону

$\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt3}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{13}-3\sqrt3}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt3-\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt3+\sqrt{13}}{2}\right)} =$

$=\sqrt{\frac{(3\sqrt{13})^2-(3\sqrt3)^2}{4}\cdot\frac{(3\sqrt3)^2-(\sqrt{13})^2}{4}} = \ldots =$

Черновик №3

1) $x^3 - 6x^2 + 7x - 1 = 0$ $a, b, c - ?$

корни x_1, x_2, x_3

2) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ $x_1+x_2,\ x_1+x_3,\ x_2+x_3$

корни

для (1) по Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=6 \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=7 \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=1 \end{cases}$$

$7+6=13$

$37+6=43$

для (2) по Виета

$$\begin{cases} (1)\ x_1+x_2+x_1+x_3+x_2+x_3=-a \\ (2)\ (x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_3)(x_2+x_3)=b \\ (3)\ (x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3)=-c \end{cases}$$

(1) $x_1+x_2+x_1+x_3+x_2+x_3=2(x_1+x_2+x_3)=2\cdot 6=-a$

$\boxed{a=-12}$

(2) $(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_3)(x_2+x_3)=$

$=x_1^2+x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_2x_3+$

$+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_3^2=$

$=x_1^2+x_2^2+x_3^2+3x_1x_3+3x_1x_2+3x_2x_3=$

$=x_1^2+x_2^2+x_3^2+3(x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3)=\boxed{43=b}$

$=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+3(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=$

$=(x_1+x_2+x_3)^2+(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=36+7=\cancel{\boxed{41=b}}$

$[(x_1+x_2+x_3)^2=(x_1+x_2+x_3)(x_1+x_2+x_3)=$

$=x_1^2+x_1x_2+x_1x_3+x_1x_2+x_2^2+x_2x_3+x_1x_3+x_2x_3+x_3^2=$

$=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)]$

черновик:

13:00, 14:00, ост 2ч №2

мот, вел

Рассмотрим случаи:

(1) мот 13:00 | t — $t_{мот} > t_{вел}$

вел 14:00 (ост 2ч) | $t-1-2=t-3$ — $v_{мот} > v_{вел}$

не подх

(2) мот 13:00 (ост 2ч) | $t+1-2=t-1$

вел 14:00 | t

$(t-1)2v = tv$

$2vt - 2v = tv$

$2t - 2 = t$

$t = 2$

прибыли $14:00 + 2ч = \boxed{16:00}$

(3) мот 14:00 (ост 2ч) | $t-1-2=t-3$

вел 13:00 | t

$(t-3)2v = tv$

$2tv - 6v = tv$

$2t - 6 = t$

$t = 6$ $13:00 + 6ч = \boxed{19:00}$

(4) мот 14:00 | t — $t_{мот} > t_{вел}$

вел 13:00 (ост 2ч) | $t+1-2=t-1$ — $v_{мот} > v_{вел}$

⇓

не подх

4-3) $= \frac{1}{4}\sqrt{(9\cdot13-9\cdot3)(9\cdot3-13)} =$

$= \frac{1}{4}\sqrt{9(13-3)(27-13)} = \frac{1}{4}\sqrt{9\cdot10\cdot\cancel{14}}$

Черновик

№1

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

$\left[\begin{array}{l}\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos^2 x-(1-\cos^2 x)=2\cos^2 x-1\\ \cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}\end{array}\right]$

$1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1$

$2\sqrt{2}(\cos^2 x-\sin^2 x)-2\sqrt{2}\sin x\cos x=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\quad|:\sqrt{2}$

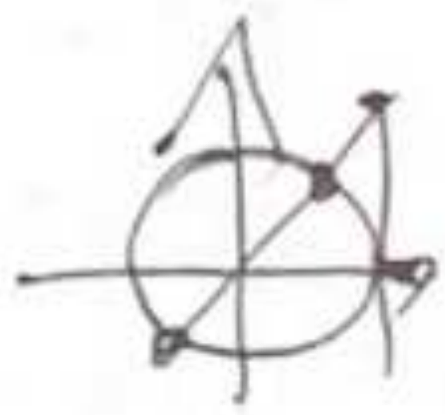
$2(\cos^2 x-\sin^2 x)-2\sin x\cos x=\cos 2x\cdot\frac{1}{2}+\sin 2x\cdot\frac{1}{2}$

$2\cos 2x-\sin 2x=\cos 2x\cdot\frac{1}{2}+\sin 2x\cdot\frac{1}{2}$

$\cos 2x(2-\frac{1}{2})=\sin 2x(\frac{1}{2}+1)$

$\cos 2x(\frac{3}{2})=\sin 2x(\frac{3}{2})$

$\cos 2x=\sin 2x$



$\operatorname{tg} 2x=1$

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in Z$

11-79-11-50 (123.2)

Чистовик

№5

Дано:

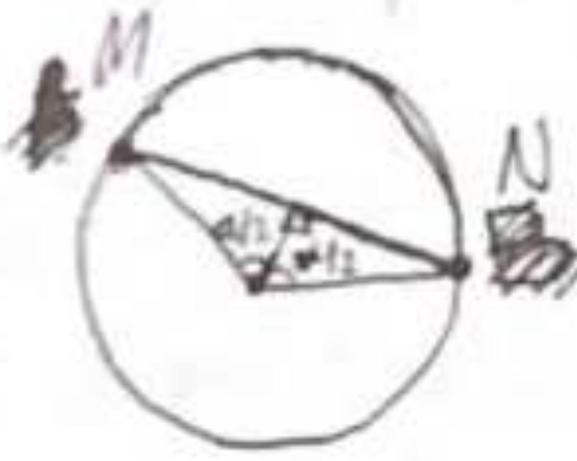
$l_{AB} = 6\pi$

$l_{AC} = 8\pi$

$l_{CB} = 10\pi$

используя формулу длины хорды:

$l = \alpha \cdot R \Rightarrow \alpha = \frac{l}{R}$



$MN = 2R \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow MN = 2R \cdot \sin\frac{l}{2R}$

$AB = 2R \cdot \sin\frac{6\pi}{2R}$

$AC = 2R \cdot \sin\frac{8\pi}{2R}$

$CB = 2R \cdot \sin\frac{10\pi}{2R}$

$P_{ABC} = AB + AC + CB = 2R\left(\sin\frac{6\pi}{2R} + \sin\frac{8\pi}{2R} + \sin\frac{10\pi}{2R}\right)$

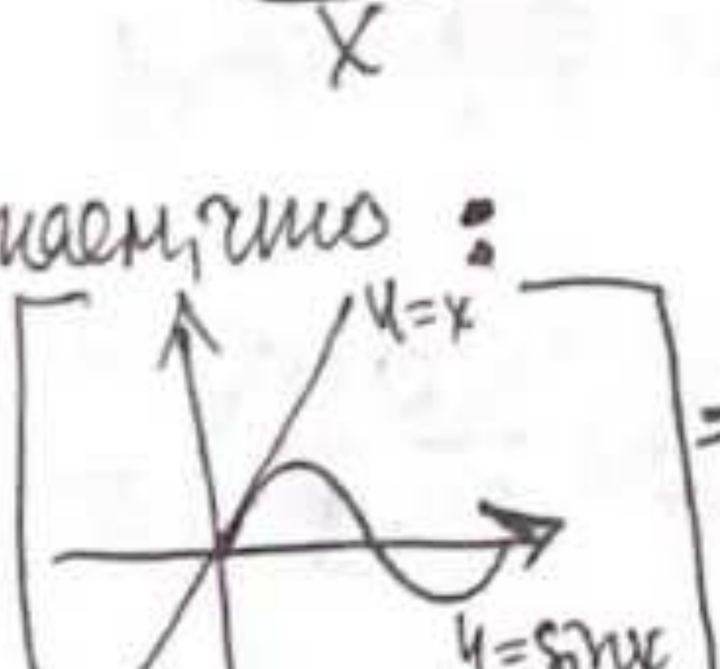
все слагаемые имеют вид:

$$R \cdot \sin\frac{a}{R} = \frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{1}{R}} = a \cdot \frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$$

обозначим $\frac{a}{R} = x$, тогда все слагаемые имеют вид:

$$\frac{\sin x}{x}$$

Знаем, что:



$\Rightarrow \begin{cases} x > \sin x \\ x \in (0;\pi) \end{cases}$

Значит, при росте x, $\frac{\sin x}{x}$ уменьшается,

т.е. при росте $\frac{a}{R}$, $\frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$ уменьшается.

Чистовик

№5

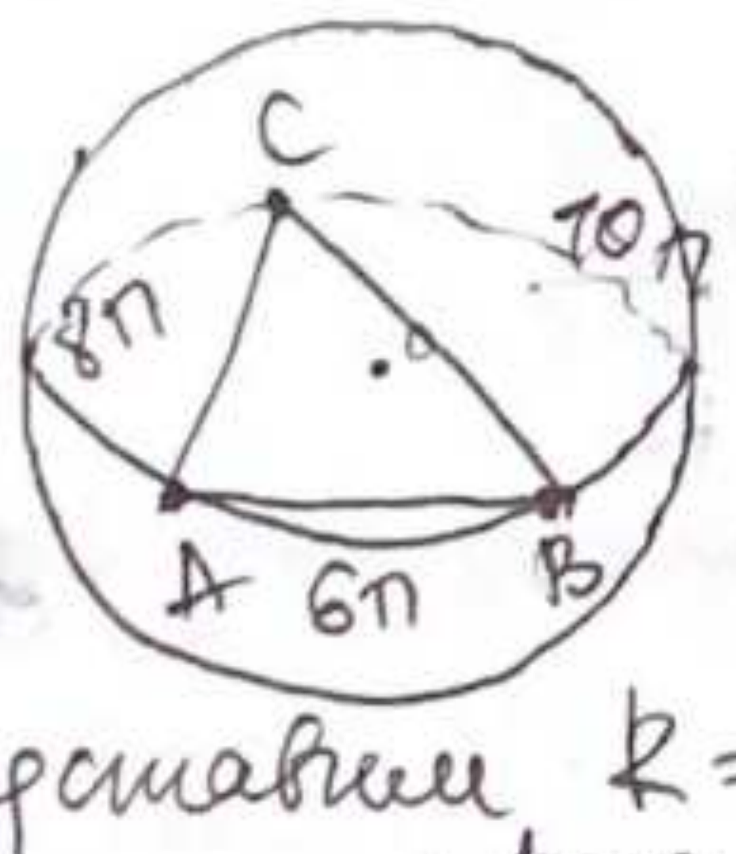
Значит, при уменьшении R, $\frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$ уменьш

$$P \sim \frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$$

Значит, минимальный периметр ΔABC достигается при минимальном радиусе.

Из геометрических соображений ясно, что на сфере с $R<12$ невозможно расположить точки A, B, C таким образом, чтобы их расположение соответствовало условию.

На сфере с $R=12$ возможно расположить A, B, C:



Подставим $R=12$ в имеющуюся формулу периметра ΔABC:

$$P = 2\cdot 12\left(\sin\frac{6\pi}{2\cdot 12} + \sin\frac{8\pi}{2\cdot 12} + \sin\frac{10\pi}{2\cdot 12}\right) =$$

$$= 24\left(\sin\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{5\pi}{12}\right) =$$

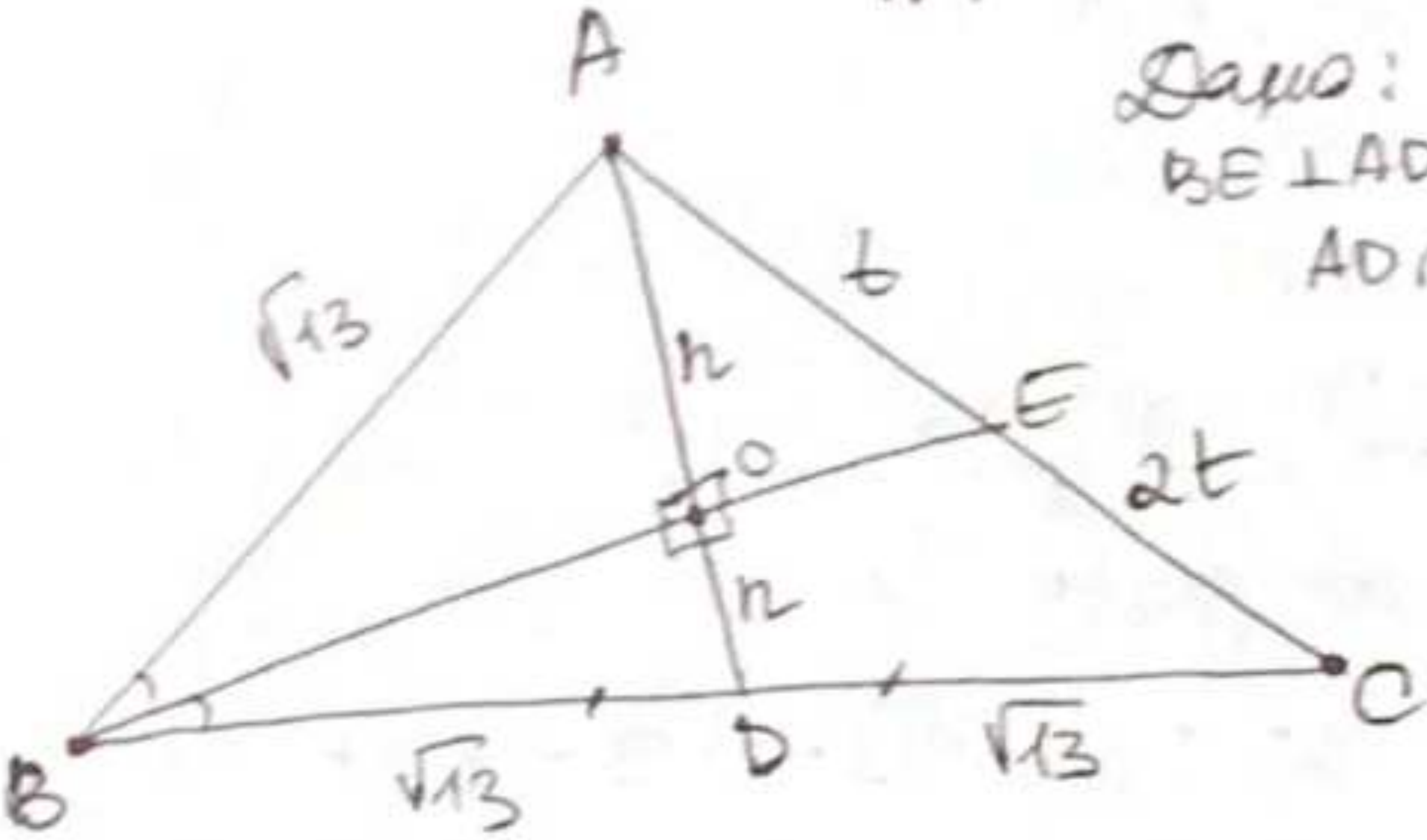
$$= 24\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin\frac{5\pi}{12}\right)$$

Чистовик

№5

Ответ: $2\pi\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\frac{5\pi}{12}\right)$

№4



Дано:
$BE\perp AD$, $BE=AD$, $AB=\sqrt{13}$
$AD\cap BE=O$

1) $\triangle BAD$: BO - бис-са, высота $\Rightarrow \triangle BAD$ - равноб $\Rightarrow$

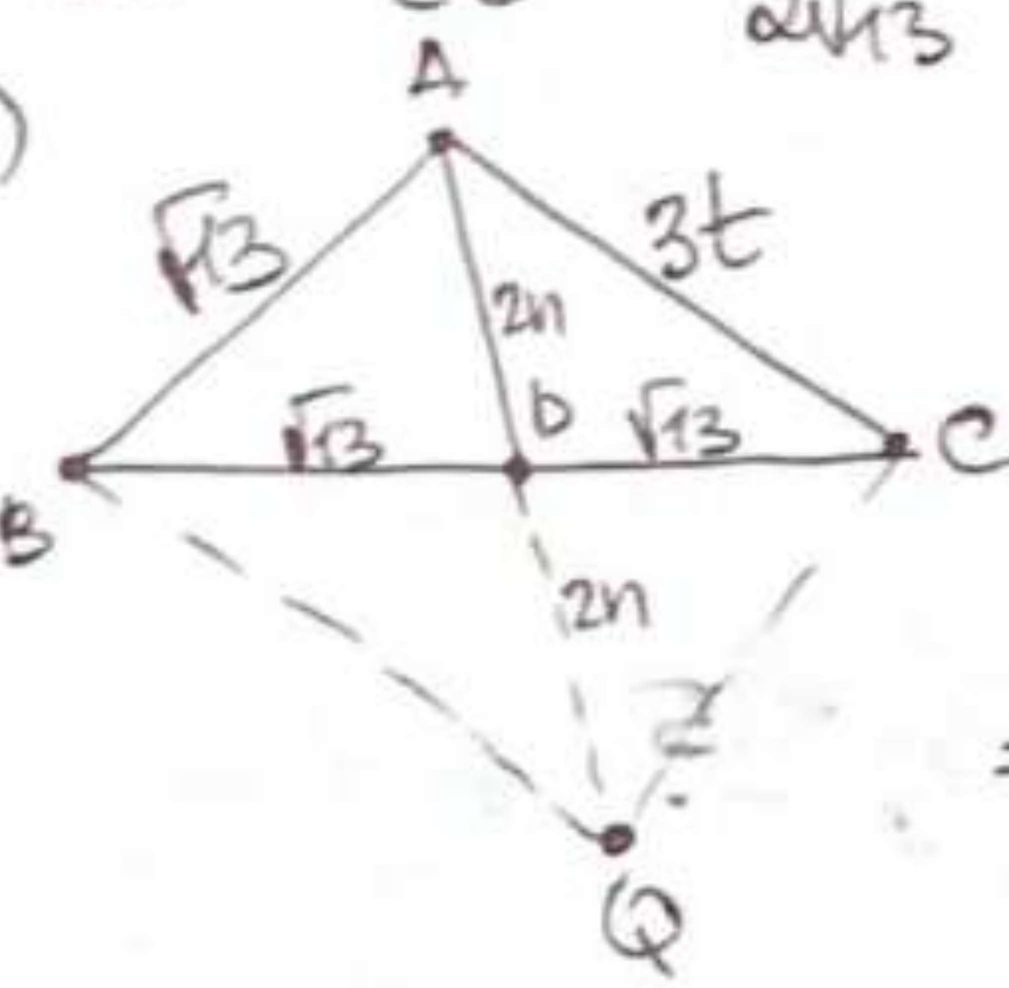
$\Rightarrow AB=BD=\sqrt{13}=DC$.

$AO=OD=h$

2) По св-ву бис-сы для $\triangle ABC$:

$\frac{AB}{BC}=\frac{AE}{EC}=\frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{13}}=\frac{1}{2} \Rightarrow$ $AE=t$, $EC=2t$

3)



продлим медиану AD на ее длину: $AD=DQ$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow BACQ$ - пар-мм $\Rightarrow$

$\Rightarrow AQ^2+BC^2=AB^2+AC^2+CQ^2+BQ^2$

$(2h)^2+(2\sqrt{13})^2=(\sqrt{13})^2+(3t)^2+(\sqrt{13})^2+(3t)^2$

$\cancel{(2h)^2=2\cdot13+2\cdot9t^2-4\cdot13=2(9t^2-2\cdot13)}$

4) ~~По формуле длины бис-сы:~~

$BE^2=AB\cdot BC-AE\cdot EC=\sqrt{13}\cdot2\sqrt{13}-t\cdot2t=2\cdot13-2t^2$

5) По усл $BE=AD$. $\Rightarrow BE^2=AD^2$, $AD=2h$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2(9t^2-2\cdot13)=2\cdot13-2t^2$

$9t^2-2\cdot13=13-t^2$

$10t^2=$

Чистовик

№4

$(4n)^2 + (2\sqrt{13})^2 = 2(\sqrt{13})^2 + 2(3t)^2$

$16n^2 + 4\cdot 13 = 2\cdot 13 + 2\cdot 9t^2$

$16n^2 = 2\cdot 9t^2 - 2\cdot 13$

$(AD = 2n \Rightarrow AD^2 = 4n^2)$

$4n^2 = \frac{2\cdot 9t^2 - 2\cdot 13}{4} = \frac{9t^2 - 13}{2} = AD^2$

4) По формуле длины бис-сы:

$BE^2 = AB\cdot BC - AE\cdot EC = \sqrt{13}\cdot 2\sqrt{13} - t\cdot 2t =$

$= 2\cdot 13 - 2t^2$

5) По усл $AD = BE \Rightarrow AD^2 = BE^2$, значит:

$\frac{9t^2 - 13}{2} = 2\cdot 13 - 2t^2$

$9t^2 - 13 = 4\cdot 13 - 4t^2$

$13t^2 = 5\cdot 13$

$t^2 = 5$

$t = \sqrt{5}$

$AC = 3t = 3\sqrt{5}$

6) $p = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{\sqrt{13} + 2\sqrt{13} + 3\sqrt{5}}{2} =$

$= \frac{3\sqrt{13} + 3\sqrt{5}}{2}$

По формуле Герона:

$S = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{5}}{2}\right)\cdot\left(\frac{3\sqrt{13}-3\sqrt{5}}{2}\right)\cdot\left(\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{13}}{2}\right)\cdot\left(\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{13}}{2}\right)} =$

$= \sqrt{\frac{(3\sqrt{13})^2 - (3\sqrt{5})^2}{4}\cdot\frac{(3\sqrt{5})^2 - (\sqrt{13})^2}{4}} =$

11-79-11-50
(123.2)

Чистовик

№4

$$= \frac{1}{4}\sqrt{(9\cdot 13 - 9\cdot 3)\cdot(9\cdot 3 - 13)} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{9(13-3)\cdot(27-13)} =$$

$$= \frac{3}{4}\sqrt{10\cdot 14} = \frac{3\cdot 2}{4}\sqrt{5\cdot 7} = \frac{3}{2}\sqrt{35}$$

Ответ: $\frac{3}{2}\sqrt{35}$

№4

$$= \frac{1}{4}\sqrt{(9\cdot 13 - 9\cdot 5)\cdot(9\cdot 5 - 13)} =$$

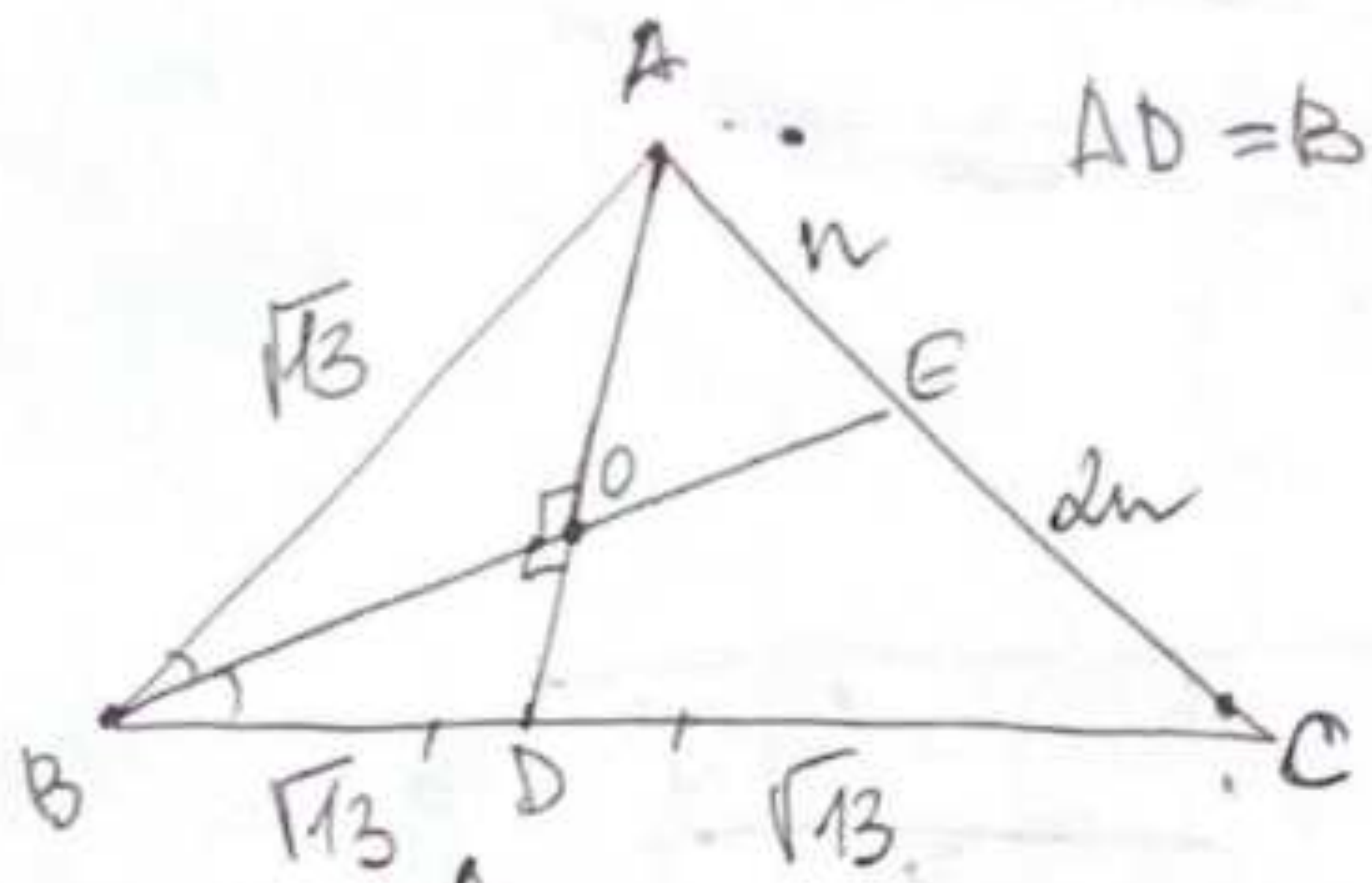
$$= \frac{1}{4}\sqrt{9(13-5)\cdot(45-13)} =$$

$$= \frac{3}{4}\sqrt{8\cdot 32} = \frac{3}{4}\cdot 16 = 3\cdot 4 = 12$$

Ответ: 12.

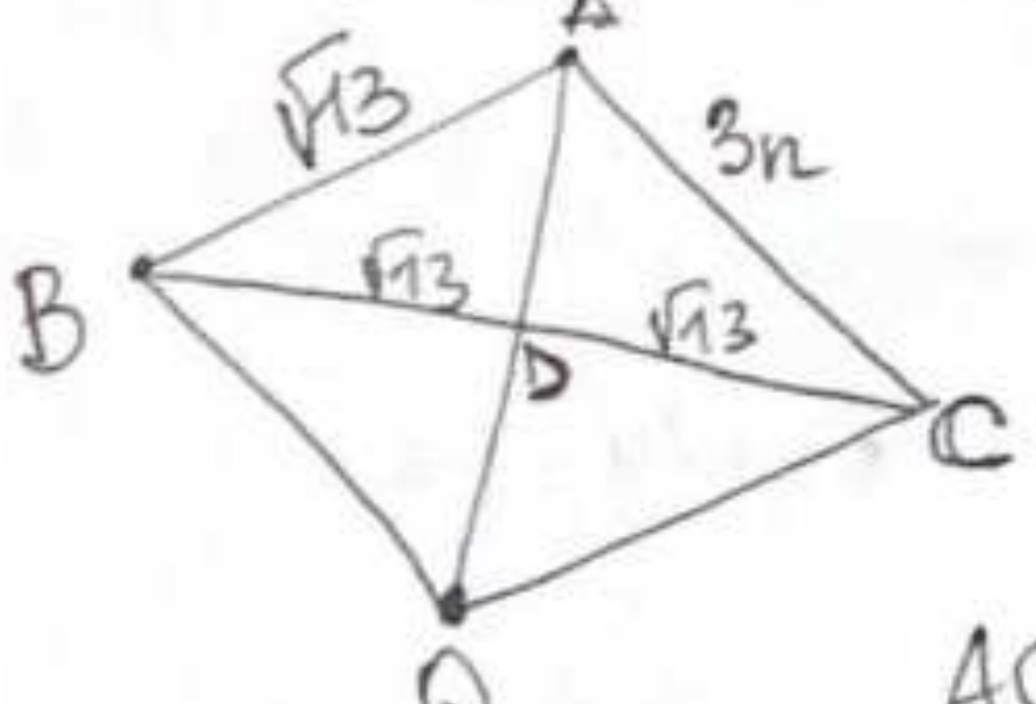
11-79-11-50 (123.2)

Черновик



$AD = BE$

$\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}-6\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{13}-3\sqrt{3}}{2} =$



$BA = \sqrt{13}$

$AQ^2 + BC^2 = 2BA^2 + 2AC^2$

$4m^2 + (2\sqrt{13})^2 = 2(\sqrt{13})^2 + 2(9n^2)$

$4m^2 + 4 \cdot 13 = 2 \cdot 13 + 2 \cdot 9n^2$

$2m^2 + 2 \cdot 13 = 13 + 9 \cdot n^2$

$m^2 = \frac{13 + 9n^2 - 2 \cdot 13}{2} = \frac{9 \cdot n^2 - 13}{2}$

$\boxed{\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{13} = \frac{3\sqrt{13}-4\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{13}}{2}}$

$m^2 = BE^2$

$BE^2 = AB \cdot BC - AE \cdot EC = \sqrt{13} \cdot (2\sqrt{13}) - n \cdot 2n = 2 \cdot 13 - 2n^2$

$\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{13} = \frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}-2\sqrt{13}}{2} = 3\sqrt{3}+\sqrt{13}$

$m^2 = BE^2 \Leftrightarrow \frac{9n^2-13}{2} = 2 \cdot 13 - 2n^2$

$9n^2 - 13 = 4 \cdot 13 - 4n^2$

$13n^2 = 3 \cdot 13 \quad n^2 = 3 \quad n = \sqrt{3}$

$AC = 3\sqrt{3}$

$P = \frac{2\sqrt{13}+\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{13}-3\sqrt{3}}{2}} =$

Черновик

$$= \sqrt{\frac{(3\sqrt{13})^2-(3\sqrt{3})^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{(3\sqrt{13})^2-(3\sqrt{3})^2}{4} \cdot \frac{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{13})^2}{4}} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{(9\cdot13-9\cdot3)(9\cdot3-13)} =$$

$13+14=27$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{9(13-3)\cdot(27-13)} =$$

$$= \frac{3}{4}\sqrt{10\cdot 14} = \frac{3}{4}\sqrt{5\cdot2\cdot7\cdot2} = \frac{2\cdot3}{4}\sqrt{5\cdot7} =$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{35}$$

11-79-11-50 (123.2)

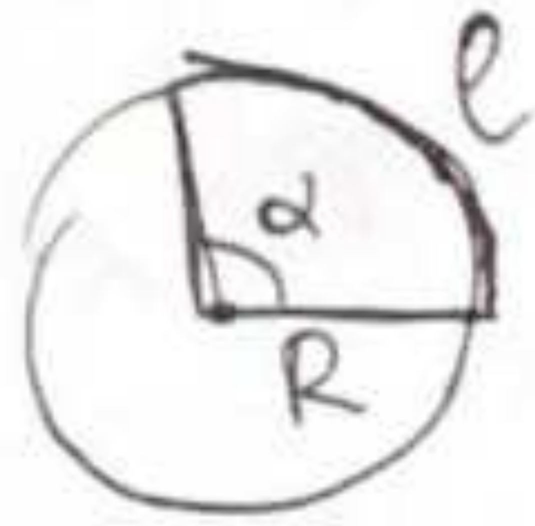
Черновик

(5)

AB AC CB

6π 8π 10π

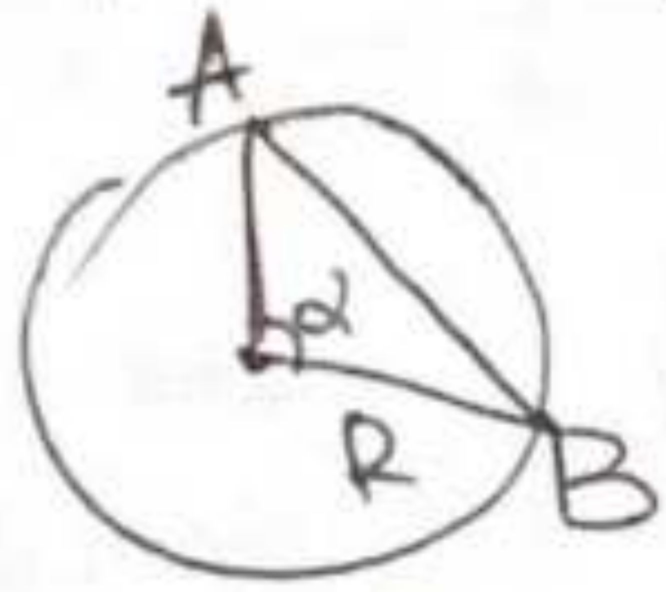
$\frac{6\pi+8\pi+10\pi}{2} = \frac{24\pi}{2} = 12\pi$



$l = R \cdot \alpha$

$6\pi = R\,\alpha$

$\alpha = \frac{6\pi}{R}$ $6+8=14+10=24$



$AB = 2R \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

$\frac{8\pi}{2 \cdot 12} = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$

$AB = 2R \cdot \sin\frac{6\pi}{2R}$

$AC = 2R \cdot \sin\frac{8\pi}{2R}$

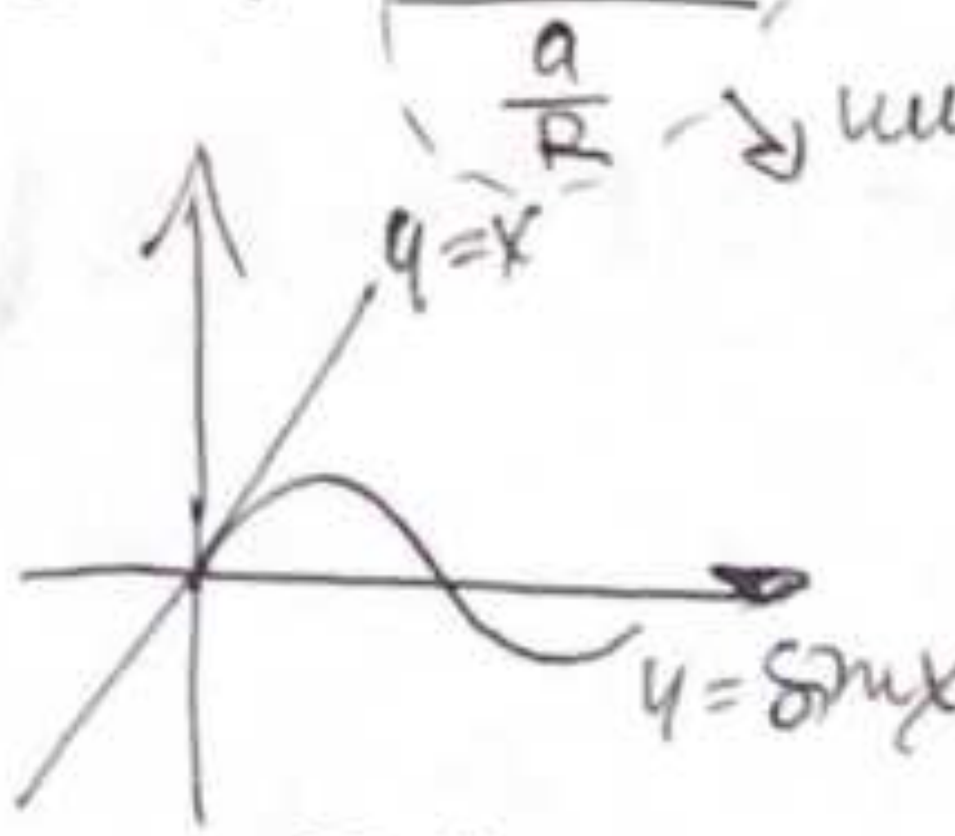
$CB = 2R \cdot \sin\frac{10\pi}{2R}$

$P = AB + AC + CB = 2R\left(\sin\frac{6\pi}{2R} + \sin\frac{8\pi}{2R} + \sin\frac{10\pi}{2R}\right)$

Все слагаемые имеют вид $R \cdot \sin\frac{a}{R}$

$R \cdot \sin\frac{a}{R} = \frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{1}{R}} = a \cdot \frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$ обозначим $x = \frac{a}{R}$ имеет вид $\frac{\sin x}{x}$

$\begin{cases} x \in (0;\pi) \\ \sin x < x \end{cases}$



Значит, при увелич. x $\frac{\sin x}{x}$ уменьш $\Rightarrow$

$\frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$ уменьш

$P \sim \frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}} \Rightarrow$

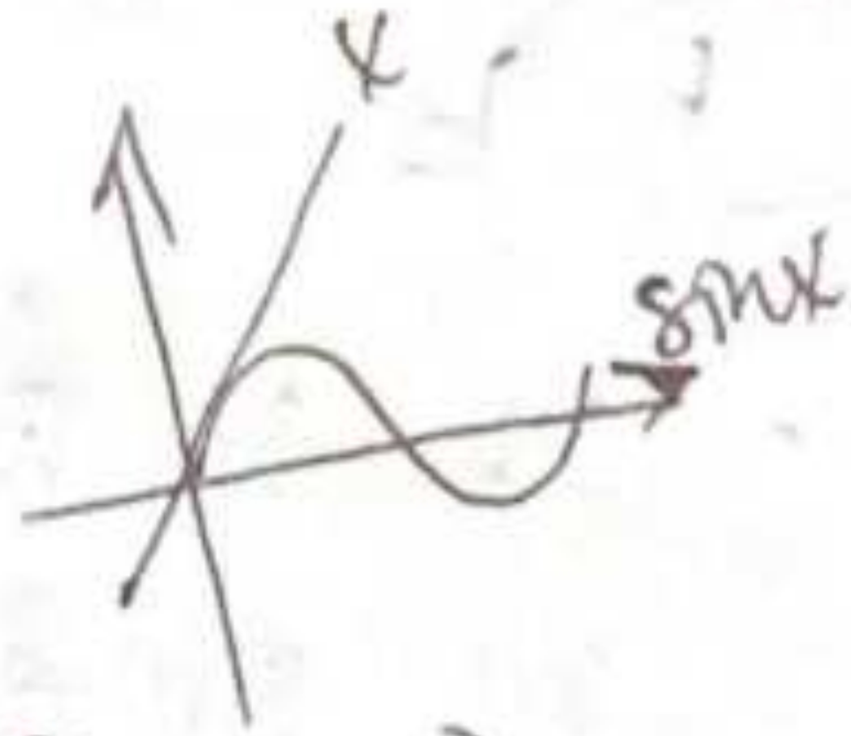
Черновик

$\frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}} = x$ $\qquad \frac{\sin x}{x}$

$\begin{cases} x\in(0;\pi) \\ \sin x < x \end{cases}$ $-$ $\qquad \sin x < x$

$\frac{\sin x}{x} < 1$

$\frac{\sin\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}$ $\qquad \frac{\sin x}{x}$



$\begin{cases} x\in(0;\pi) \\ x > \sin x \end{cases}$

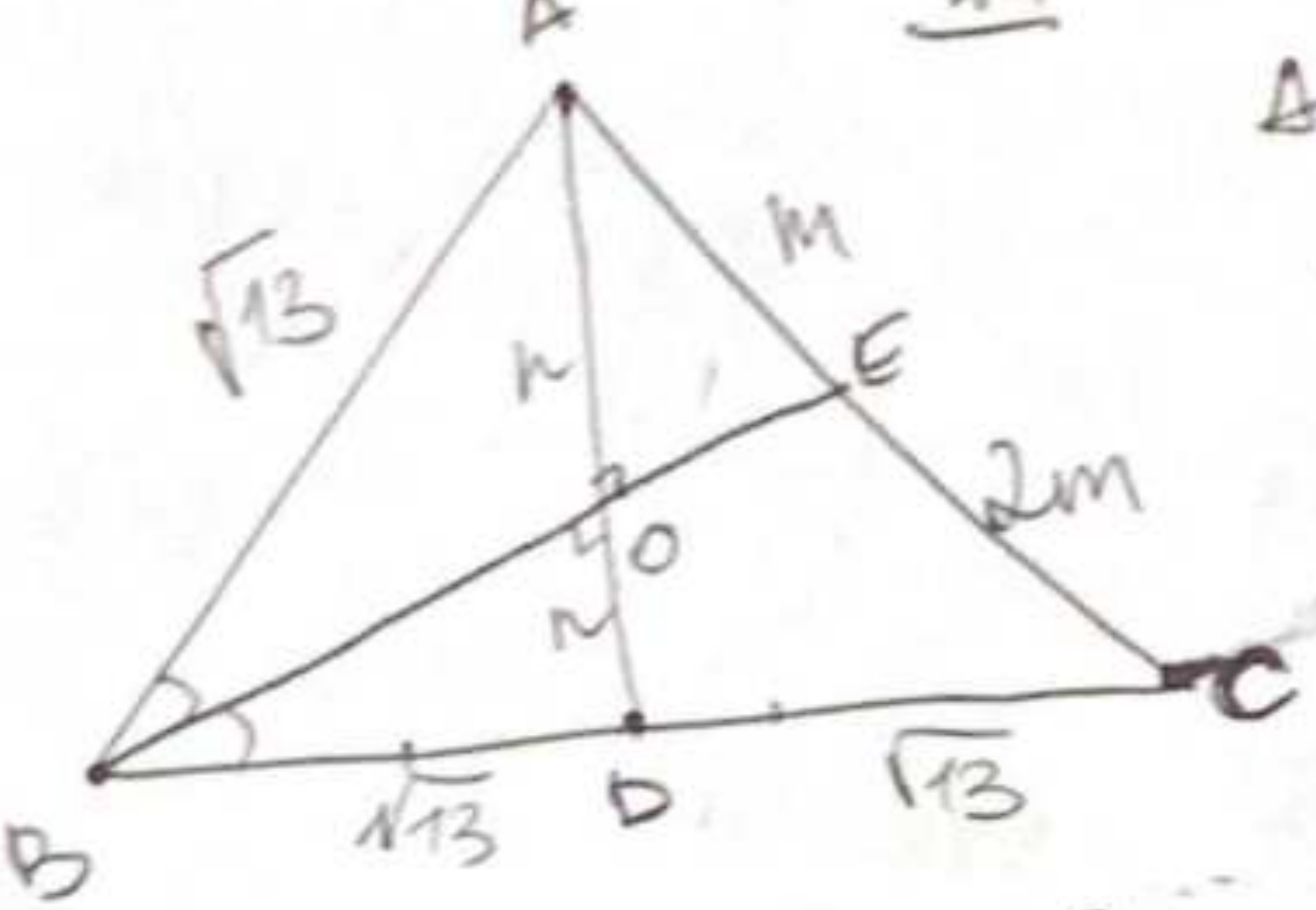
$x\uparrow \Rightarrow \frac{\sin x}{x}\downarrow$

$x\downarrow = \frac{\sin x}{x}\uparrow$

$\frac{\sin x}{x}$ $\qquad x\uparrow \Rightarrow \frac{\sin x}{x}\downarrow$

Черновик

№4



$AD = BE,\ AD \perp BE$

$AB = \sqrt{13}$

$AD \cap BE = O$

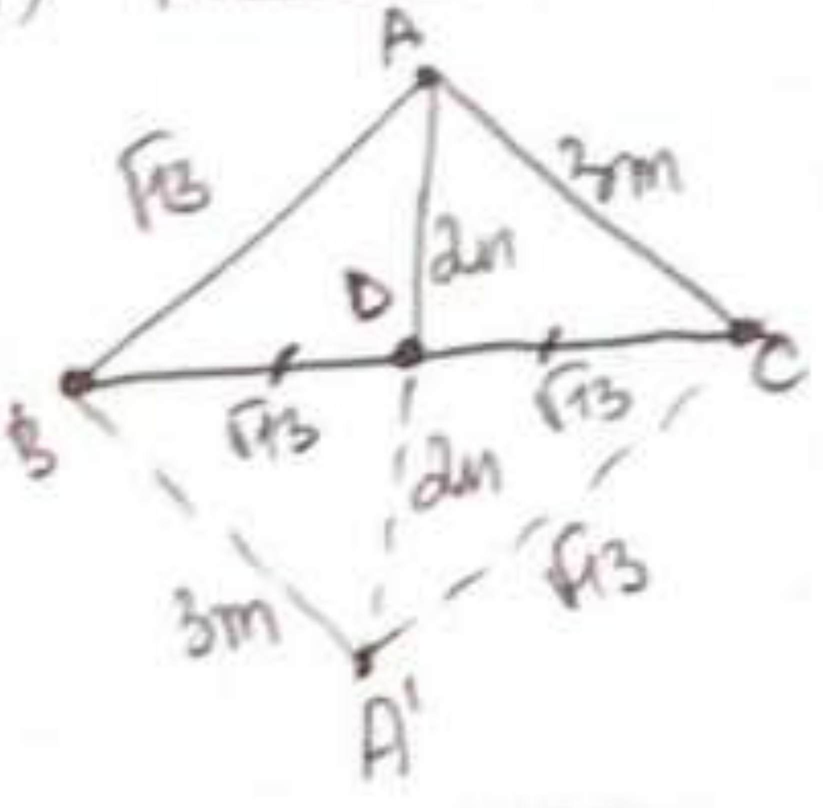
1) $\triangle ABD$: BO - высота, бис-са $\Rightarrow$ $\triangle ABD$ - равноб $\Rightarrow$

$AB = BD = \sqrt{13} = DC \quad AO = OD = h$

2) По свойству бис-сы для $\triangle ABC$:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EC} = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{13}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix} AE = m \\ EC = 2m \end{matrix}$$

3) Продлим медиану AD на ее длину:



$AD = DA'$

$ACA'B$ - пар-мм $\Rightarrow$

$(AA')^2 + (BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 + (CA')^2 + (BA')^2$

$(4n)^2 + (2\sqrt{13})^2 = (\sqrt{13})^2 + (3m)^2 + (\sqrt{13})^2 + (3m)^2$

$16n^2 + 4 \cdot 13 = 2 \cdot 13 + 2 \cdot 9m^2 \quad |:2$

$8n^2 + 2 \cdot 13 = 13 + 9m^2$

$8n^2 = 9m^2 - 13 \qquad AD^2 = (2n)^2 = 4n^2$

$4n^2 = \frac{9m^2 - 13}{2} = AD^2$

4) По формуле длины бис-сы:

$BE^2 = AB \cdot BC - AE \cdot EC = \sqrt{13} \cdot 2\sqrt{13} - m \cdot 2m =$

$= 2 \cdot 13 - 2m^2$

5) $AD = BE \Rightarrow AB^2 = BE^2$

$$\frac{9m^2 - 13}{2} = 2 \cdot 13 - 2m^2$$

Черновик

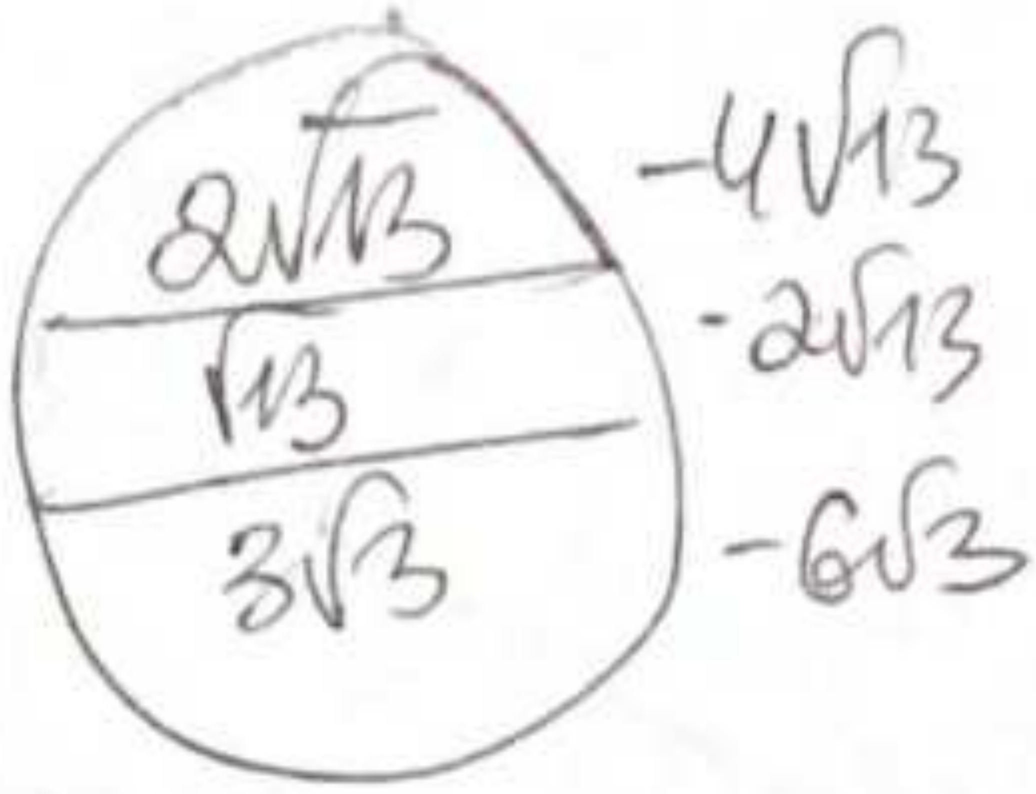
$9m^2 - 13 = 4\cdot 13 - 4m^2$

$13m^2 = 3\cdot 13$

$m^2 = 3 \Rightarrow m = \sqrt{3}$

$AC = 3m \Rightarrow AC = 3\sqrt{3}$

По формуле Герона



$$p = \frac{\sqrt{13} + 2\sqrt{13} + 3\sqrt{13}}{2} = \frac{3\sqrt{13} + 3\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{13}+3\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{13}-3\sqrt{3}}{2}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{(3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{13})^2}{4} \cdot \frac{(3\sqrt{13})^2 - (3\sqrt{3})^2}{4}} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{(9\cdot 3 - 13)(9\cdot 13 - 9\cdot 3)} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{(27-13)\cdot 9(13-3)} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{9\cdot 14\cdot 10} = \frac{1}{4}\cdot 3\sqrt{7\cdot 2\cdot 2\cdot 5} =$$

$$= \frac{2}{4}\cdot 3\sqrt{35} = \frac{6}{4}\sqrt{35}$$