50-24-57-57
(123.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробёвы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Савченко Виталия Витальевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

1111 — +1 лист.

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
50-24-57-57	90	20	20	10	20	0	20		

90 (девяносто)

50-24-57-57 (123.2)

Черновик

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=$

$=1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x$

$2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)-1=\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x$

$-2\sin x\cos x-4\sin^2 x+4\cos^2 x-2\sin x\cos x=$

$=4\cos 2x-4\sin 2x=\cos 2x$

$x^3-6x^2+7x-1=0 \quad x^3+ax^2+bx+c=0$

$x_1x_2x_3=-1$

$x_1+x_2+x_3=6$

$x_1+x_2+x_2+x_3+x_1+x_3=$

$=2(x_1+x_2+x_3)=+12 \Rightarrow$

$\Rightarrow a=-12$

x^3-12x^2+bx+c

$x_1x_2(6-x_3)$

$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$x_1x_2x_3\left(\frac{x_1}{x_3}+\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_2}{x_3}+\frac{x_3}{x_1}+\frac{x_3}{x_2}\right)=$

$=\frac{x_1^2x_2+}{x_1x_2x_3}$

$x_1^2x_2^2x_3^2\left(\frac{1}{x_2}\right.$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик Задача 1 (страница)

~~$1-\sqrt{2}\sin x\cos x$ [redacted] $2\sqrt{2}\sin x\cos x+2\sqrt{2}\cos^2 x$~~

$-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin\cos x=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})-1$

$2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})-1=\cos(2x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow$ домножим исходное ур-ие на $\sqrt{2}$ получаем:

$-2\sin x\cos x-4\sin^2 x+4\cos^2 x-2\sin x\cos x=\cos 2x+\sin 2x$

$4\cos 2x-4\sin x\cos x=\cos 2x+\sin 2x$

$4\cos 2x-2\sin 2x=\cos 2x+\sin 2x$

$3\cos 2x-3\sin 2x=0$

$\cos 2x-\sin 2x=0$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x=0$

$\cos(2x+\frac{\pi}{4})=0$

$2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi k$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in\mathbb{Z}$

50-24-57-57 (123.2)

Чистовик Задача 3 Страница 2

$x^3-6x^2+7x-1=0$ $x_1; x_2; x_3$ - корни

По теореме Виета: $\begin{cases} x_1x_2x_3=1 \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=+7 \\ x_1+x_2+x_3=6 \end{cases}$

$x^3+ax^2+bx+c=0$ $x_1+x_2; x_2+x_3; x_1+x_3$ - корни

По теореме Виета: $(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_3)=-c$ (1)

$(x_1+x_3)(x_2+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_2)(x_1+x_3)=b$ (2)

$x_1+x_2+x_2+x_3+x_1+x_3=-a$ (3)

(1): $(x_1+x_2)(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3+x_3^2)=x_1^2x_2+x_1x_2x_3+$
$+x_1^2x_3+x_1x_3^2+x_1x_2^2+x_2^2x_3+x_1x_2x_3+x_2x_3^2=$
$=x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_3^2x_2+2x_1x_2x_3=-c;$

$x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_3^2x_2=$
$=x_1x_2(6-x_2-x_3)+x_1x_3(6-x_2-x_3)+x_2^2x_1+$
$+x_2x_3(6-x_1-x_3)+x_3^2x_1+x_3^2x_2=6x_1x_2-\cancel{x_2^2x_1}-x_1x_2x_3+$
$+6x_1x_3-x_1x_2x_3-\cancel{x_1x_3^2}+\cancel{x_2^2x_1}+6x_2x_3-x_1x_2x_3-\cancel{x_2^2x_3}+$
$+\cancel{x_3^2x_1}+\cancel{x_3^2x_2}=6(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-3x_1x_2x_3=$
$=42-3=39 \Rightarrow -c=39+2x_1x_2x_3=39+2=$
$=41 \Rightarrow c=-41$

Чистовик. Страница 3

$(2): b=(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_2+x_3)(x_1+x_3)=$

$=x_1^2+x_1x_3+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_2x_3+$

$+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3+x_3^2=3(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)+$

$+x_1^2+x_2^2+x_3^2=3(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)+$

$+(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=$

$=(x_1+x_2+x_3)^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=$

$=6^3+7=216+7=223 \Rightarrow \underline{b=223}$

$(3): -a=x_1+x_2+x_2+x_3+x_1+x_3=2x_1+2x_2+2x_3=$

$=2(x_1+x_2+x_3)=12 \Rightarrow \underline{a=-12}$

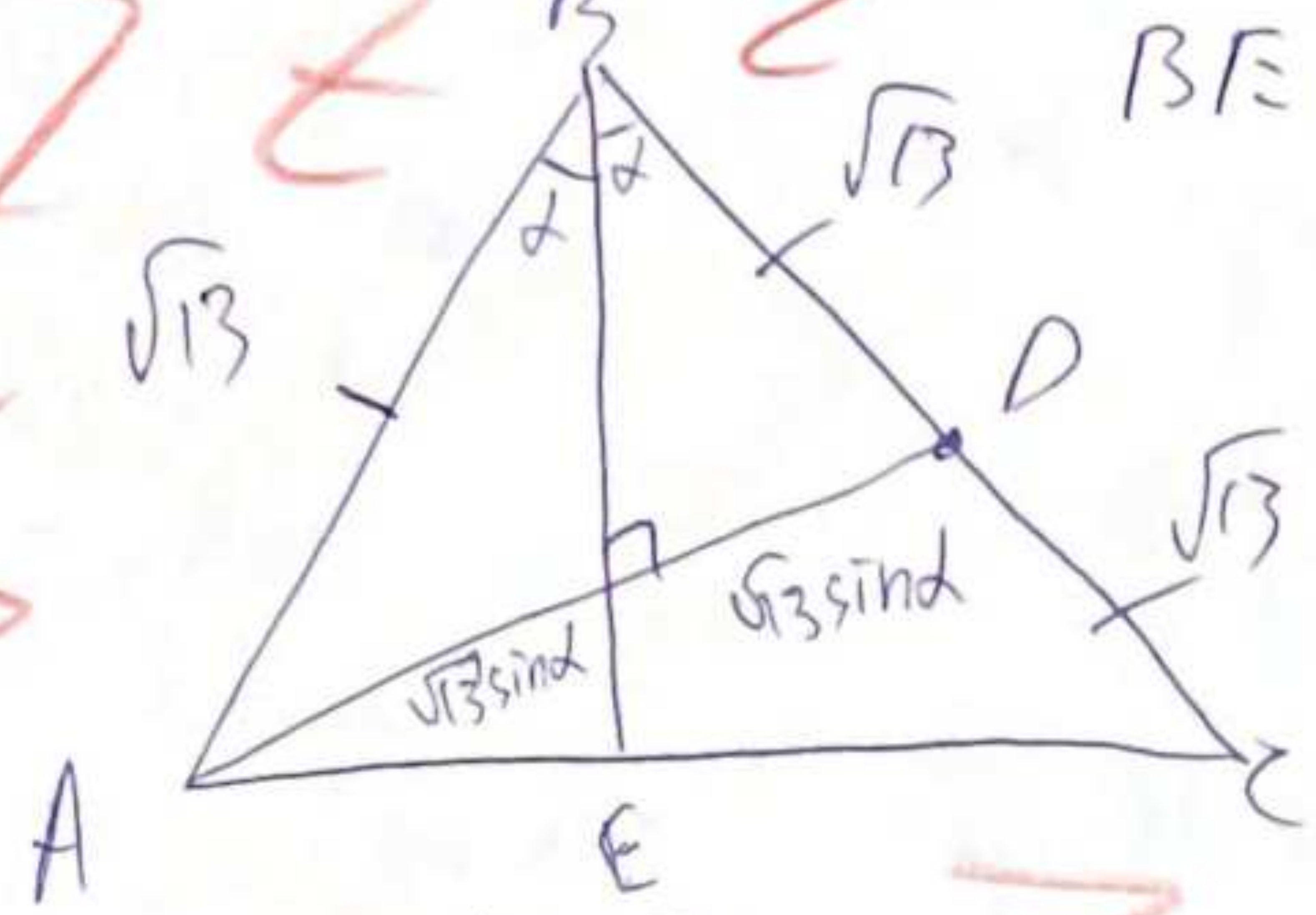
Ответ: $a=-12$
$b=223$
$c=-41$

Черновик

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$36 \times 6 = 216$

$216 + 7 = 223$



$BE = AD$

$13+13-$

$AD^2 = 13+13-26\cos\alpha = 26-26\cos2\alpha =$

$= 2\sqrt{13}\sin\alpha$

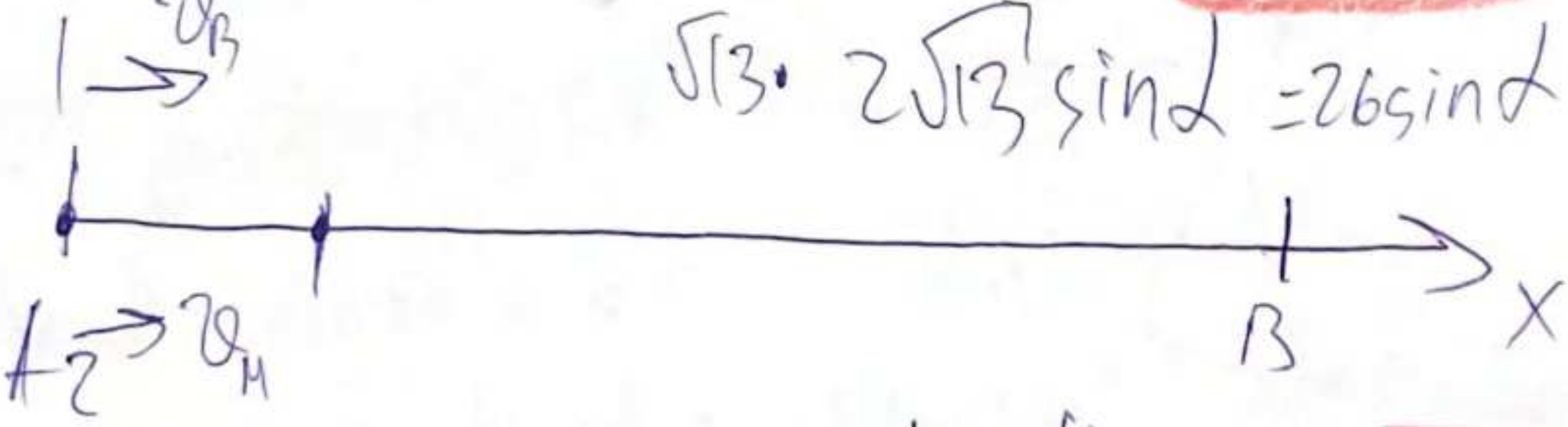
$26-26(1-2\sin^2\alpha) = 26-26+52\sin^2\alpha$

$52\sin^2\alpha - 2\sqrt{13}\sin\alpha = 0 \qquad \sin\alpha = 0$

$26\sin\alpha - \sqrt{13} = 0$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{13}}{26}$

$\sqrt{13}\cdot 2\sqrt{13}\sin\alpha = 26\sin\alpha$



$x(t) = v + vt$

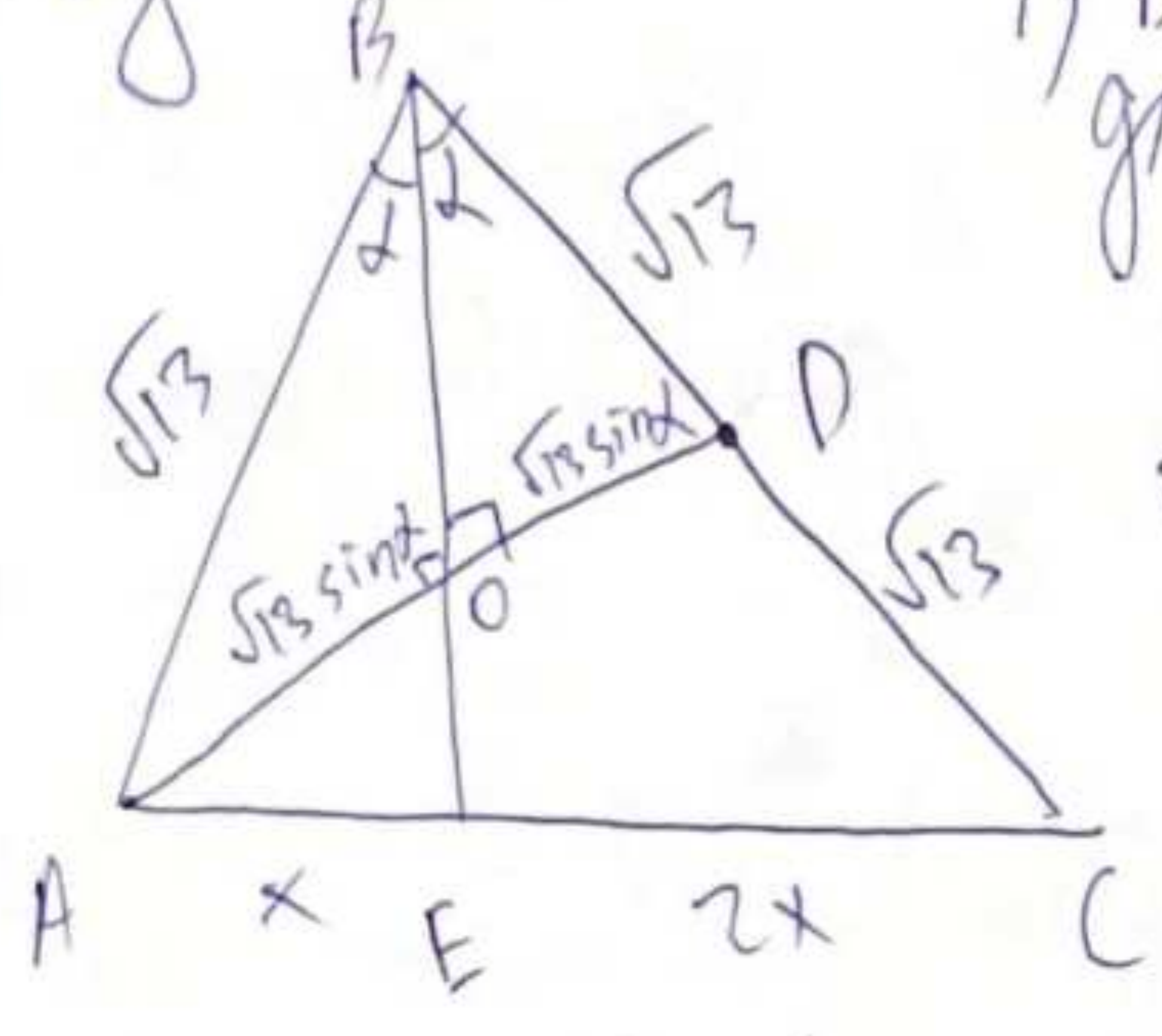
$104 : 4 = 26$, $\;-8\;\; 24$

$52 - 13 = 39$

$x(t)' =$

Чистовик. Страница 4

Задача 4



1) BE-биссектриса и высота для Δ-ка ABD => ΔABD-р/б =>

=> $AB=BD=DC=\sqrt{13}$

2) $\angle ABO=\angle BOD=\alpha$ =>

=> $AO=OD=\sqrt{13}\sin\alpha$ =>

=> $AD=2\sqrt{13}\sin\alpha=$

$=BE$

3) по св-ву биссектрисы: $\frac{AE}{EC}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$

$AE=x,\ EC=2x$

4) Т. cos Δ ABE:

$x^2=13+52\sin^2\alpha-52\sin\alpha\cos\alpha$

Т. cos Δ BEC:

$4x^2=(2\sqrt{13})^2+(2\sqrt{13}\sin\alpha)^2-2\cdot2\sqrt{13}\cdot2\sqrt{13}\sin\alpha\cos\alpha=$

$=52+52\sin^2\alpha-104\sin\alpha\cos\alpha$ =>

$$\Rightarrow\begin{cases}x^2=13+13\sin^2\alpha-26\sin\alpha\cos\alpha\\ x^2=13+52\sin^2\alpha-52\sin\alpha\cos\alpha\end{cases}\quad (-)$$

$52\sin^2\alpha-13\sin^2\alpha-52\sin\alpha\cos\alpha+26\sin\alpha\cos\alpha=0$

$39\sin^2\alpha-26\sin\alpha\cos\alpha=0$

$3\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha=0 \quad |\sin\alpha\neq0$

$3\sin\alpha-2\cos\alpha=0$

(иначе $\alpha=\pi k, k\in\mathbb{Z}$, что невозможно, ибо α-угол Δ-ка)

50-24-57-57 (123.2)

Чистовик. Задача 5

Черновик

$O(N^3)$

Пусть у числа ≥ 1880 дел.

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^2$

$p_3 \cdot \frac{N}{p_{2\cdot3}}$

1889

$p_3 \cdot \frac{N}{p_3}$ 1880 дел.

70·20=400

$p_4 \cdot \frac{N^{p_3}}{p_4}$ $p_1 \to p_{1880}$ $p_2 \to p_{1889}$

$p_3 \to p_{1888}$

1) 1889 дел. $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{matrix} p_3 \cdot p_{1877} = N \\ p_4 \cdot p_{1876} = N \end{matrix}}$ $p_2 \to p_{1888}$ $p_1 \to p_{1889}$

1889 | 7, 48, 69, 26

1889 | 13, 58, 69, 14

1889 | 7, 18

1889 | 19

1878, 1877

1878 | 3, 626 | 2, 313

2·3·313

313 | 19, 123

$p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots$

$(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)(\alpha_3+1)$

$p_1 \cdot p_2^2 \cdot p_3^{312}$

1878 | 3, 626 | 2, 313

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Задача 6. Чистовик - Страница 8

Пусть у N больше 1879 делителей.

Пусть $\frac{N}{p_3} = p_r$, $\frac{N}{p_4} = p_q$, тогда $r > 1877$
$q > 1876$

(для 1879 делителей $r = 1877$, $q = 1876$, а если делителей больше, то и, соответственно, увеличивается r и q, т.к. $r = N' - 2$, $q = N' - 3$, где N' - число делителей N) =>

т.к. $p_r \cdot p_3 = N = p_3 \cdot p_{N'-2}$, $p_q \cdot p_4 = N = p_4 \cdot p_{N'-3}$

=> $p_r > p_{1877}$ => $N^2 = p_3 \cdot p_r \cdot p_4 \cdot p_q >$
$p_q > p_{1876}$

$> p_3 \cdot p_{1877} \cdot p_{1876} \cdot p_4$, но

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^2$ => у N не больше 1879 делителей, но и не меньше 1877 (т.к. известно, что p_{1877} существует). Пусть некоторое число $x = A_1^{\alpha_1} \cdot A_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot A_n^{\alpha_n}$ (A_i - простые), тогда кол-во его делителей равно $\sigma(x) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\ldots(\alpha_n+1)$ (выбираем какую-то ~~одну~~ степень от 0 до α_i и по правилу умножения получаем)

1) Пусть всего 1877 делителей. 1877 - простое (перебор на черновике через страницу для док-ва простоты, если необходимо, перебор до $[\sqrt{1877}]$ - этого достаточно) => $N = A^{1876}$, где A - простое

50-24-57-57
(123.2)

Черновик

$$P = R\sqrt{2-2\cos\frac{6\pi}{R}} + R\sqrt{2-2\cos\frac{8\pi}{R}} + R\sqrt{2-2\cos\frac{10\pi}{R}}$$

937×28: 7496, 1874, 26296

$938 \times 3 = 2814$

$2815 \times 4 = 11260$

$627 \times 3 = 1881$

$\frac{4}{3}\pi R^3$, $\frac{1}{3}Sh$

$$\frac{R^2 + 2 - 2\cos\frac{6\pi}{R}}{2}$$

$1882 \times 7 = 13174$

$312 \times 3 = 936$

$938 \times 3 = 2814$

$625 \times 3 = 1875$

1878

$1876 \times 7 = 13132$

937×16: 5622, 937, 14992

$1877 \times 3 = 5631$

937×16: 5622, 937, 14992

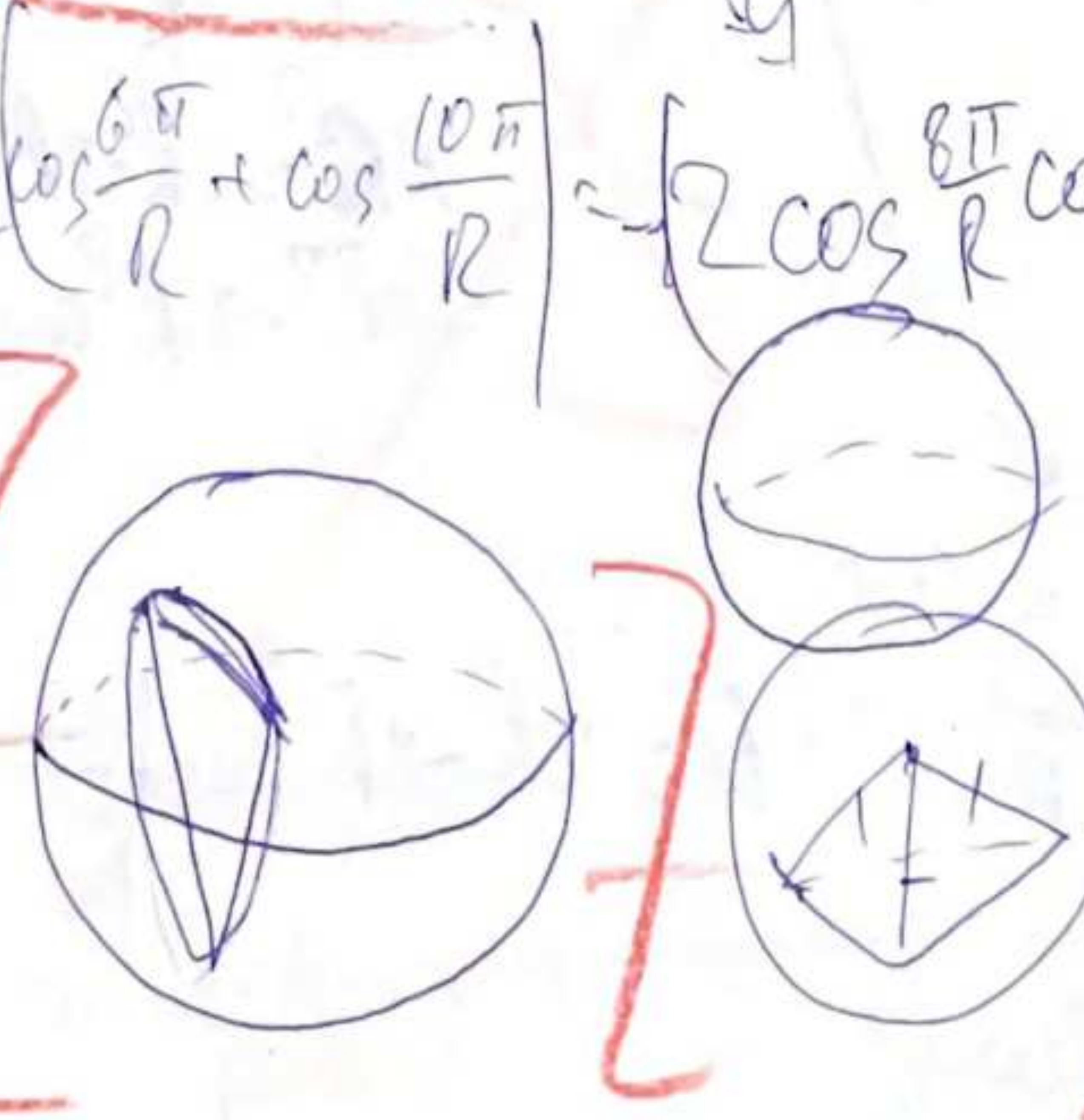
$$\left(\cos\frac{t}{R}\right)' = -\sin\frac{t}{R}\cdot\left(-\frac{t}{R^2}\right)$$

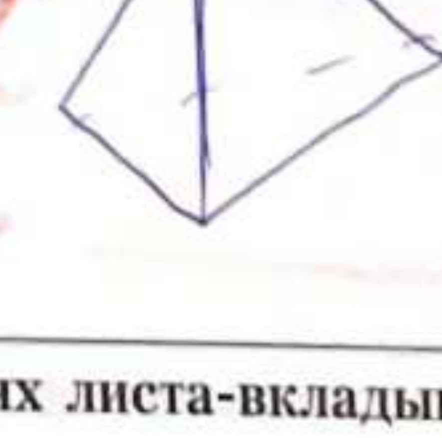
$$\int + \le \sqrt{3R^2}\sqrt{6-2\cos\frac{6\pi}{R}-2\cos\frac{8\pi}{R}-2\cos\frac{10\pi}{R}} =$$

$$-2\left(\cos\frac{6\pi}{R}+\cos\frac{10\pi}{R}\right) = -\left(2\cos\frac{8\pi}{R}\cos\frac{2\pi}{R}\right) = -4\cos\frac{8\pi}{R}\cos\frac{2\pi}{R}$$

$$-2\cos\frac{8\pi}{R} =$$

$$= -2\cos\frac{8\pi}{R}\left(1+2\cos\frac{2\pi}{R}\right)$$



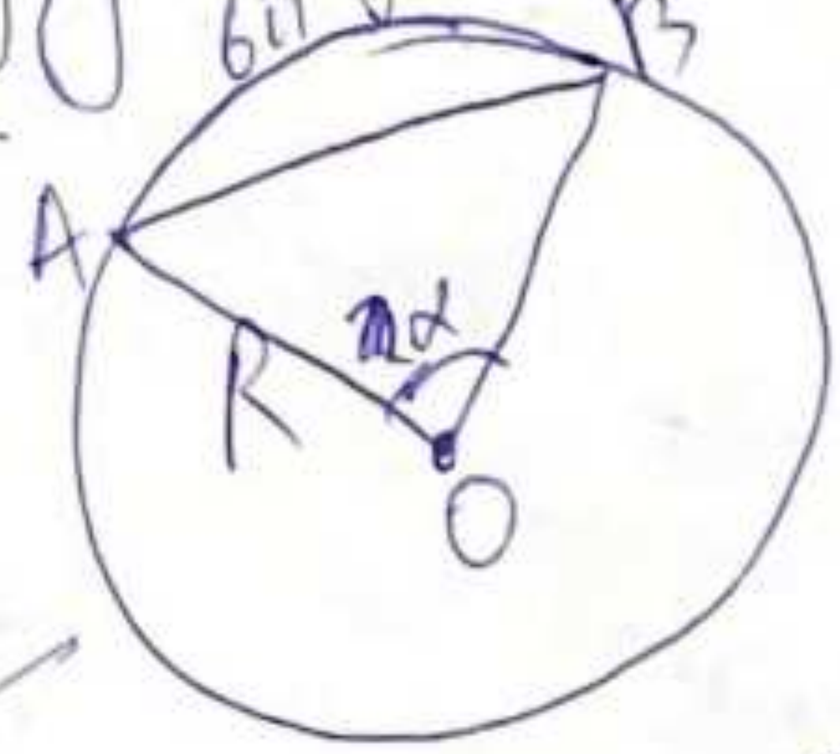


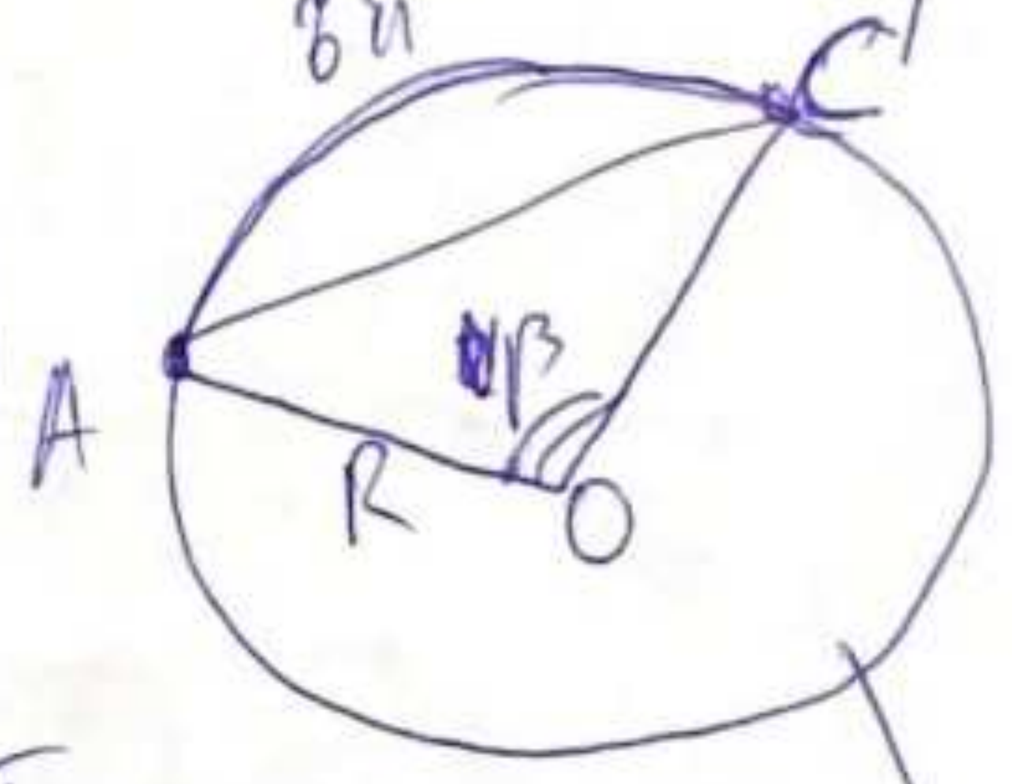
Чистовик. Задача 5. (Страница 10)

Рассмотрим главные (проход. через центр сферы) окр-сти, содержащие AB, AC, BC соответственно. Тогда очевидно, что минимальное расстояние по поверх. сферы от, напр., от A до B, будет являться длина меньшей дуги данной окр-сти, ограничен. хордой AB.

(с AC и BC аналогично)

радиус сферы: R





1) $R\alpha = 6\pi$

$\alpha = \frac{6\pi}{R}$, верно, случайно зачеркнул

$\cancel{AB^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\alpha = 2R^2 - 2R^2\cos\frac{6\pi}{R}}$

~~теорема кос. Δ-ка AOB~~

$R\beta = 8\pi$

$\beta = \frac{8\pi}{R}$

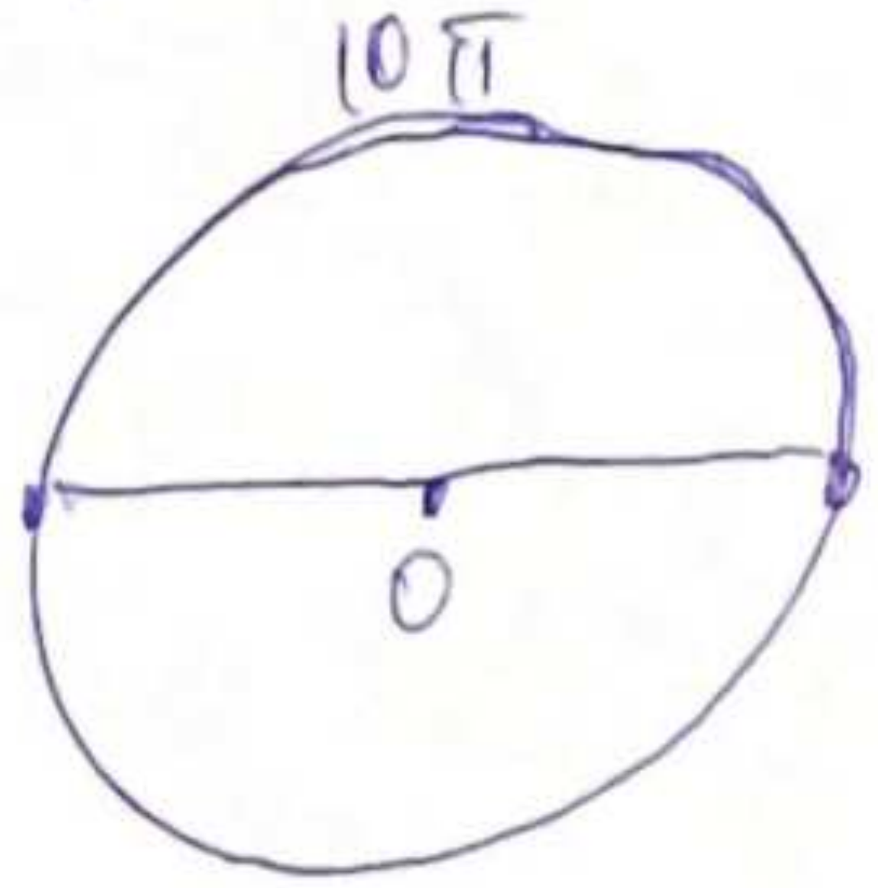
$AC^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\beta = 2R^2 - 2R^2\cos\frac{8\pi}{R}$

$R\gamma = 10\pi$

$\gamma = \frac{10\pi}{R} \Rightarrow BC^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\frac{10\pi}{R}$

$2\cos\frac{6\pi}{R} - 1 = 1 - 2\sin^2\frac{3\pi}{R}$

Страница 11. Чистовик



Заметим, что $10\pi \le \pi R$, т.к. 10π не больше половины длины данной окр-сти $\Rightarrow R \geq 10$ ($\min R = 10$)

Тогда $P_{\triangle ABC} = R\sqrt{2-2\cos\frac{6\pi}{R}} + R\sqrt{2-2\cos\frac{8\pi}{R}} + R\sqrt{2-2\cos\frac{10\pi}{R}} = AB+BC+AC$

$\Rightarrow N^3 = (A^{1876})^3 = A^{1876\cdot 3}$ Чистовик страница 9

(*) ~~число делителей~~ $\Rightarrow$ по утверждению $б(N^3) = 1876\cdot 3+1 = 5629$

2) Пусть всего 1878 делителей. ~~...~~

$1878 = 2\cdot 3\cdot 313$. Тогда

$2\cdot 3\cdot 313 = (1+1)(2+1)(312+1)$

$2\cdot 3\cdot 313 = (1+1)(938+1)$

$2\cdot 3\cdot 313 = (2+1)(625+1)$

$2\cdot 3\cdot 313 = (5+1)(312+1)$

$2\cdot 3\cdot 313 = 1877+1$

$N = A_1 \cdot A_2^2 \cdot A_3^{312}$

$N = A_1 \cdot A_2^{938}$

$N = A_1^2 \cdot A_2^{625}$

$N = A_1^5 \cdot A_2^{312}$

$N = A_1^{1877}$

A_i - простые, для случаев разные

$N^3 = A_1^3 \cdot A_2^6 \cdot A_3^{936}$

$N^3 = A_1^3 \cdot A_2^{938\cdot 3}$

$N^3 = A_1^6 \cdot A_2^{625\cdot 3}$

$N^3 = A_1^{15} \cdot A_2^{312\cdot 3}$

$N^3 = A_1^{1877\cdot 3}$

$б(N^3) = 4\cdot 7\cdot 937 = 26236$

$б(N^3) = 4\cdot(938\cdot 3+1) = 11260$

$б(N^3) = 7\cdot(625\cdot 3+1) = 13132$

$б(N^3) = 16\cdot(312\cdot 3+1) = 14992$

$б(N^3) = 1877\cdot 3+1 = 5632$

(счёт на черновике)

3) Пусть всего 1879 делителей. Число 1879 - простое (перебор на черновике) $\Rightarrow$

$\Rightarrow N = A^{1878} \Rightarrow N^3 = A^{1878\cdot 3} \Rightarrow б(N^3) = 1878\cdot 3+1 = 5635$

Ответ: 5629, 26236, 11260, 13132, 14992, 5632, 5635

Черновик (Перебор) – достаточно до 45² > 1879
~~3~~, ~~5~~, ~~7~~, ~~11~~, ~~13~~, ~~17~~, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43

$30^2 = 900$
$40^2 = 1600$

1877
1879

1877 | 7
47 | 26
67

1877 | 11

1877 | 13
57
57

1877 | 17
17

1877 | 19
171 | 9
167

1877 | 23
37 | 8

1877 | 29
174 | 6
137

1877 | 31
186 | 6
17

1877 | 41
164 | 4
237

1877 | 43
172 | 4
157

1879 | 7
47 | 26
59

1879 | 11
– нет

1879 | 17

1879 | 13
57 | 14
59

1879 | 19
171 | 9
169

1879 | 23
184 | 8
39

1879 | 29
174 | 6
139

1879 | 31
186 | 6
19

1879 | 37
29 | 5

1879 | 41
164 | 4
239

1879 | 43
172 | 4
159

1876 × 3 = 5628

938 × 3 = 2814

2815 × 4 = 11260

1876 × 7 = 13132

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Подписывать лист-вкладыш запрещено!

Чистовик. Страница 5

$\cancel{\frac{3}{\sqrt{13}}\sin\alpha - \frac{2}{\sqrt{13}}\cos\alpha = 0}$

$\frac{3}{\sqrt{13}}\sin\alpha - \frac{2}{\sqrt{13}}\cos\alpha = 0$ | $\frac{3}{\sqrt{13}} = \cos\varphi$ ($\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = \frac{13}{13} = 1$), $\frac{2}{\sqrt{13}} = \sin\varphi$

$\sin(\alpha - \varphi) = 0$

$\alpha - \varphi = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\alpha = \varphi + \pi k \Rightarrow \sin\alpha = \sin\varphi = \frac{2}{\sqrt{13}}$ (т.к. $\alpha \in (0;\pi)$, $\sin\alpha > 0 \Rightarrow \sin\alpha = \sin\varphi$)

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\varphi = 1 - 2\cdot\frac{4}{13} =$

$= 1 - \frac{8}{13} = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sqrt{1-\cos^2 2\alpha} = \frac{12}{13} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB\cdot BC\cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{13}}{1}\cdot\frac{2\sqrt{13}}{1}\cdot\frac{12}{13} =$

$= \frac{2\cdot 13\cdot 12}{2\cdot 13} = 12$

Ответ: 12

Черновик

A ———————————— B

Пусть ВА 4 случая:

1)

	13:00	14:00
с ост.	В/М	М/В
без ост.	В/М	М/В

1) в 13:00 В
с ост: М

2) в 13:00 В
с ост. В

3) в 13:00: М
с ост: М

4) в 13:00: М
с ост. В

1) $v_B = v$
$v_M = 2v$

$S = v + vt =$
$= 2v(t-2)$

$1 + t = 2t - 4 \quad t = 5$

2) $v + v(t-2) = 2vt$
$1 + t - 2 = 2t \quad t = -1$ – нет

3) $2v + 2v(t-2) = vt$
$2 + 2t - 4 = t$
$t = 2$

Чистовик. Задача 2 Страница 6

Всего возможно 4 случая:

1°. В 13:00 выехал велосипедист, остановка была у мотоциклиста

2°. В 13:00 выехал велосипедист, остановка была у велосипедиста.

3°. В 13:00 выехал мотоциклист, остановка была у велосипедиста.

4°. В 13:00 выехал мотоциклист, остановка была у мотоциклиста

Пусть время с 14:00 до прибытия в В равно t (ч) расстояние $AB = S$ (км), скорость велосипедиста v (км/ч), скорость мотоциклиста $2v$ (км/ч). Тогда рассмотрим все случаи:

1°. $S = v \cdot 1 + vt = 2v(t-2)$

$1 + t = 2t - 4 \Rightarrow t = 5$ часов $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ приехали в В: $(14+5):00 = 19:00$

2°. $S = v \cdot 1 + v(t-2) = 2vt$

$1 + t - 2 = 2t \Rightarrow t = -1$ - невозможно

3°. $S = 2v \cdot 1 + 2vt = v(t-2)$

$2 + 2t = t - 2$ $t = -4$ - невозможно

4°. ~~x~~ $S = 2v \cdot 1 + 2v(t-2) = vt$ Чистовик Страница 7

$2 + 2t - 4 = t$

$t = 2 \Rightarrow$ приехали в ВВ:

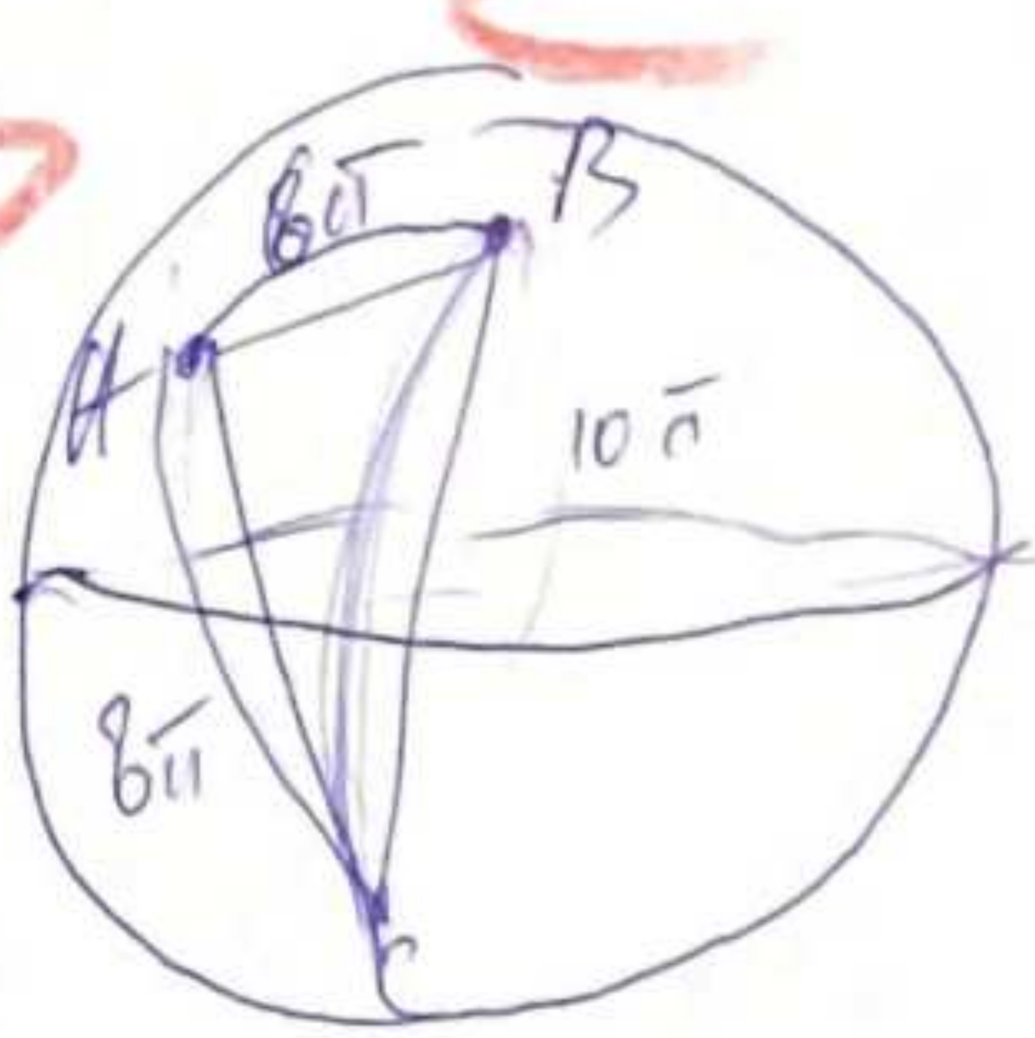
$(14+2):00 = 16:00$

Ответ: в 16:00 или в 19:00

~~Задача 5~~ (далее задача на странице 8)

Черновик

$10\pi = \pi R \quad R \geq 10$



$2 \to 2$ дел.

$8 \to : 1, 2, 4, 8 \to 4$ дел

$3 \to 2$ дел.

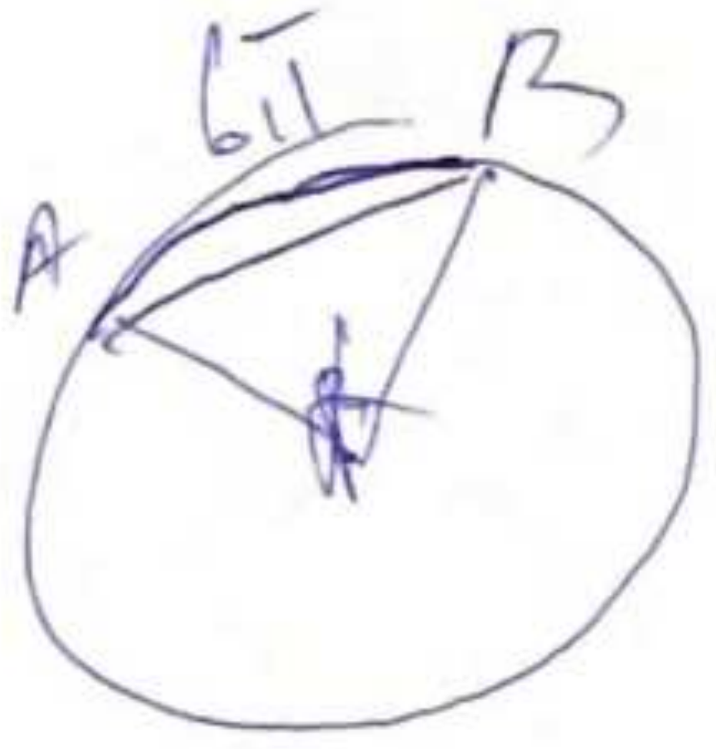
27: 1, 3, 9 4 дел.

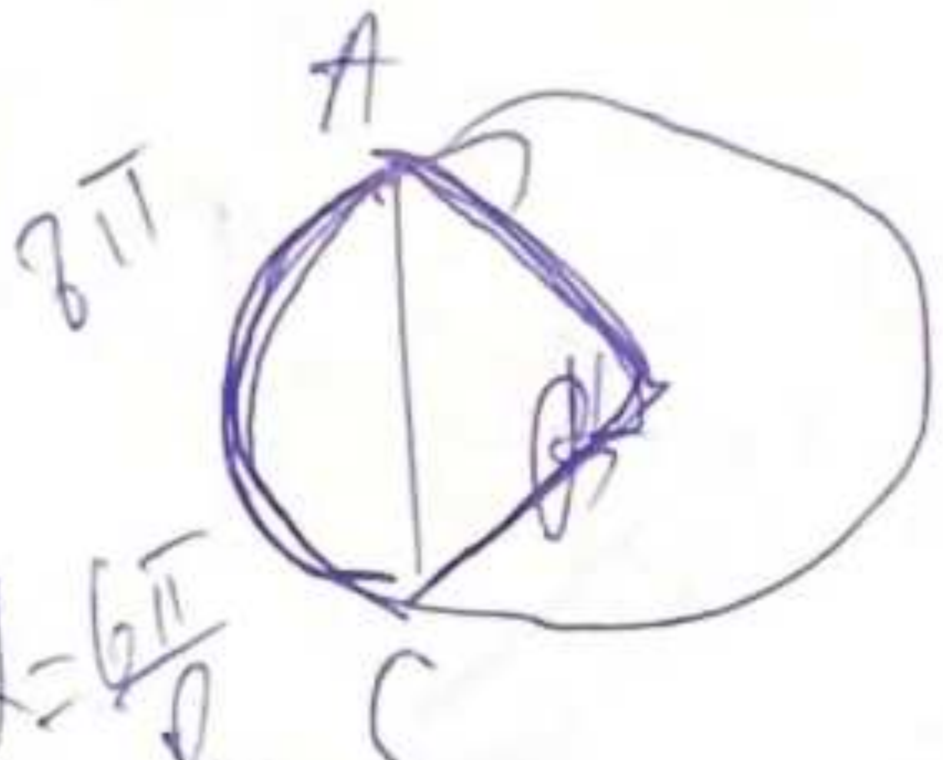
$N : 1 = p_1 < p_2 < \ldots < p_k = N$

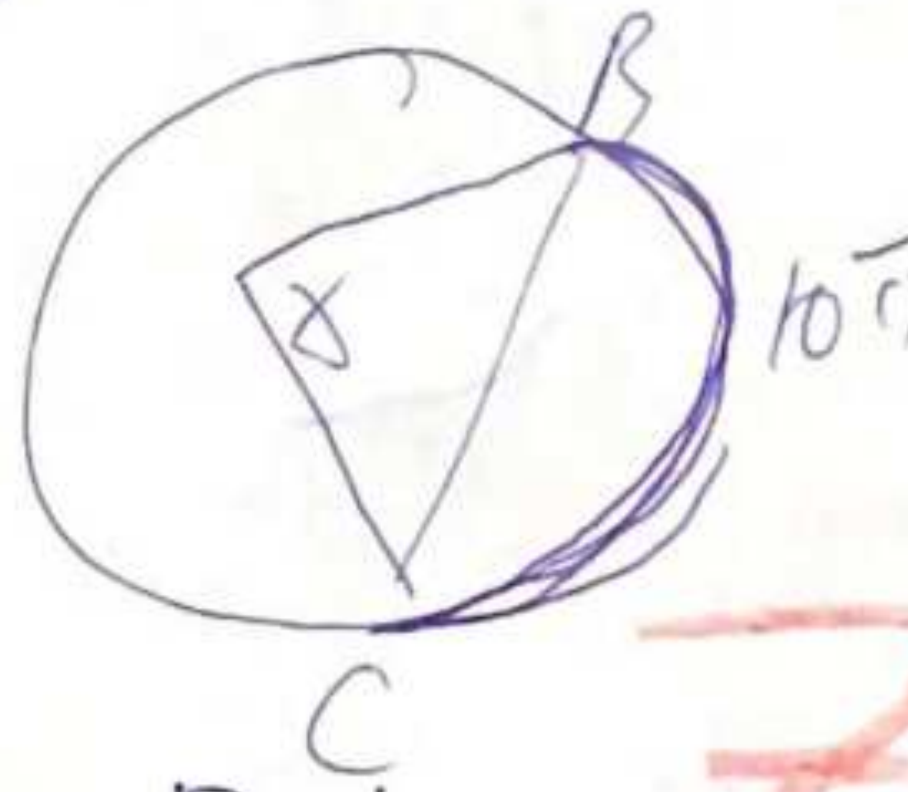
$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876}$

6: 1, 2, 3, 6 → 4 дел

216:	1	2	3	4
	216	108	72	54







$6\pi = R\alpha \quad \alpha = \frac{6\pi}{R}$

$8\pi = R\beta \quad 8\pi = \cancel{2\pi R \cdot} R\alpha$

$10\pi = R\gamma$

$\beta = \frac{8\pi}{R}$

$AB^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\alpha$

$AC^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\beta$

$BC^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\gamma$

$AB = R\sqrt{2 - 2\cos\alpha} = R\sqrt{2 - 2\cos\frac{6\pi}{R}}$

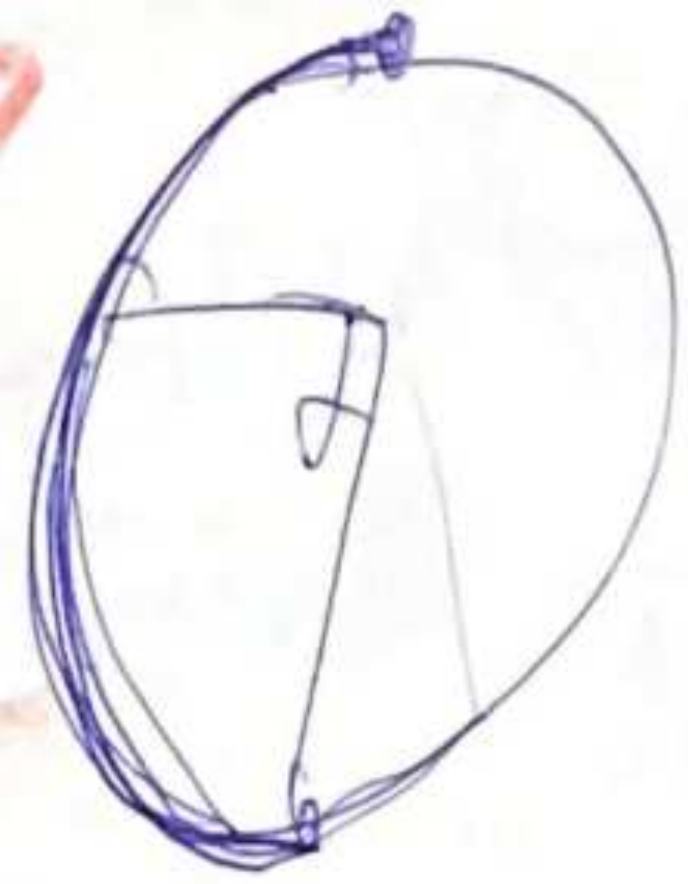
$BC = R\sqrt{2 - 2\cos\gamma} \quad R\sqrt{2 - 2\cos\frac{10\pi}{R}}$

$AC = R\sqrt{2 - 2\cos\beta} = R\sqrt{2 - 2\cos\frac{8\pi}{R}}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик.

$$P = R\sqrt{2-2\cos\frac{6\pi}{R}} + R\sqrt{2-2\cos\frac{8\pi}{R}} + R\sqrt{2-2\cos\frac{10\pi}{R}} \le 3R$$

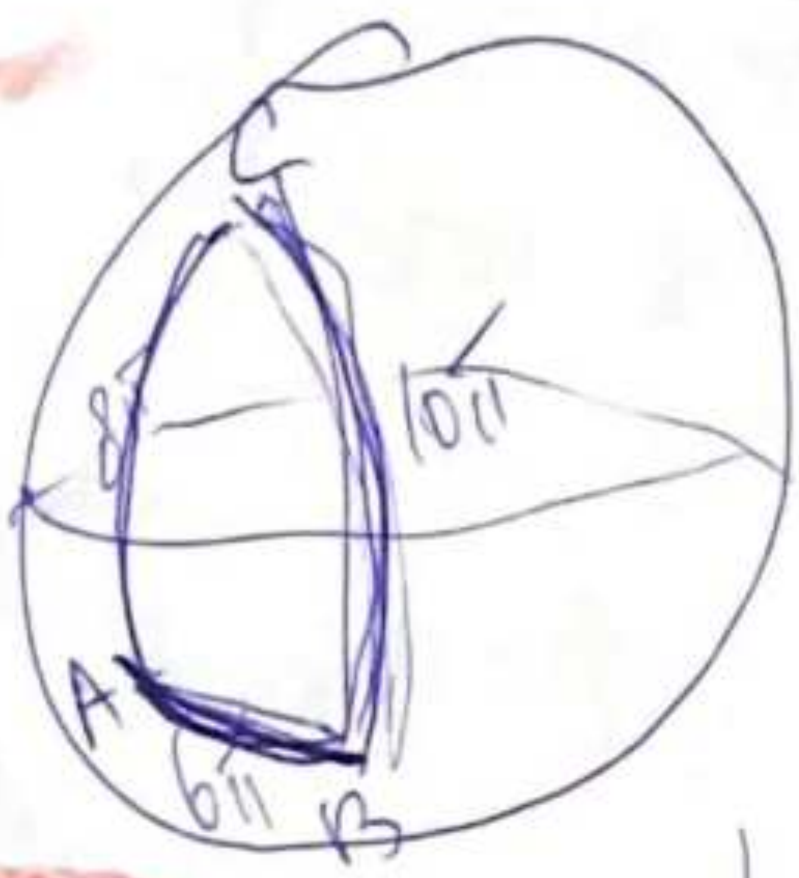


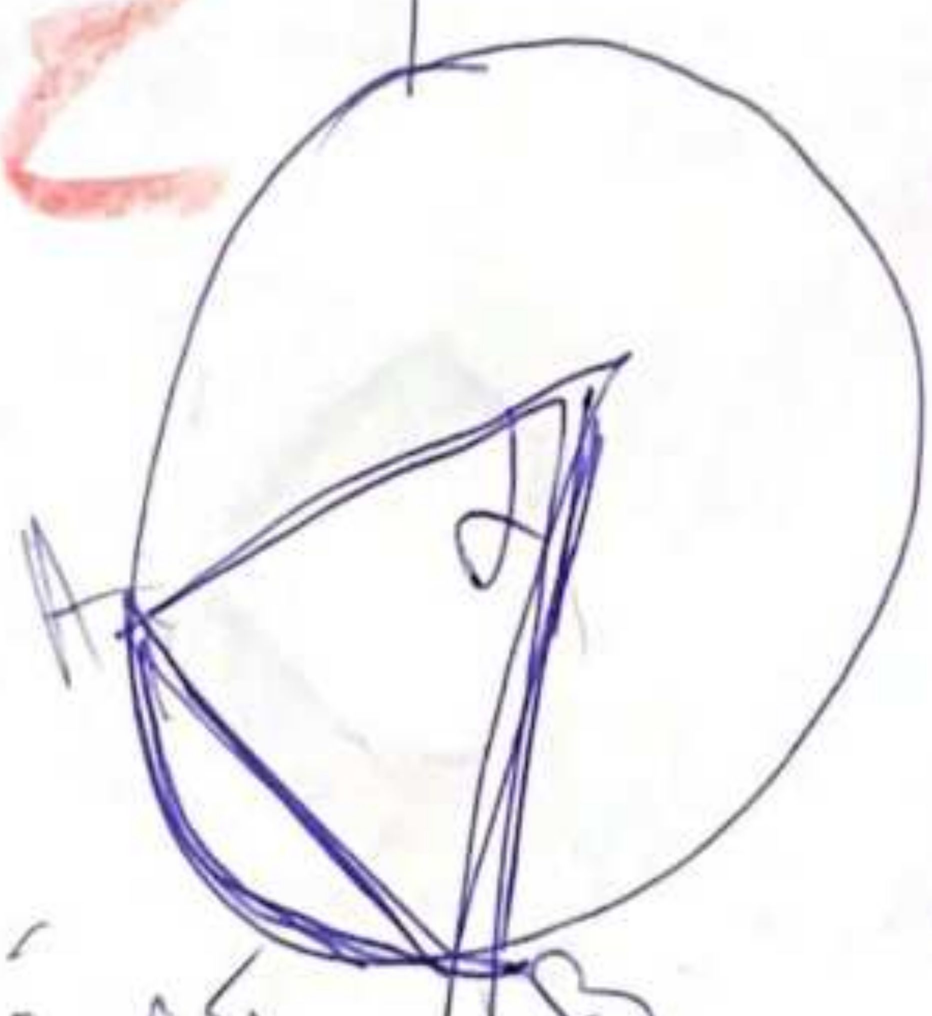
$R \geq 10$

$\sqrt{2-2\cos\frac{6\pi}{R}}$

$\sqrt{R^2+R^2+R^2}$

$\sqrt{8-2(\cos+\cos+\cos)}$





$\pi R = 10\pi$

$\boxed{R \geq 10}$

$6\pi = 2\pi R \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = R\alpha$ $\quad 6\pi$ $\quad \alpha = \frac{6\pi}{R}$

$(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\ldots$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^2$

$p_3 \cdot p_{1877} = N$

$p_4 \cdot p_{1876} = N$

$p_3 \mid \frac{N}{p_3}$ $\quad p_{1877} \neq \frac{N}{p_3}$

$p_4 \mid \frac{N}{p_4}$ $\quad p_{1876} < N$