0 158892 040007

15-88-92-04
(121.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы Горы"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Тронцикова Артёма Викторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход: 13^{06} – 13^{08}

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
15-88-92-04	90	20	20	20	20	10	X	X	X

90 (девяносто)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

15-88-92-04 (121.3)

стр. 1 ~~Черн~~ чистовик

№1

$1-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

слева раскроем скобки, а справа воспользуемся формулой понижения степени $\cos^2\frac{x}{2}=\frac{\cos x+1}{2}$

$1-\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1$

единицы взаимоуничтожаются, а косинус разности раскрывается по формуле $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$2\sqrt{2}\cos^2 x-2\sqrt{2}\sin^2 x-2\sqrt{2}\sin x\cos x=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad *\frac{2}{\sqrt{2}}$

$4(\cos^2 x-\sin^2 x)-2\cdot(2\sin x\cos x)=\cos 2x+\sin 2x$

в скобках получились формулы косинуса и синуса двойного угла

$4\cos 2x-2\sin 2x=\cos 2x+\sin 2x$

$3\sin 2x=3\cos 2x$, при $\cos 2x=0$ $\sin 2x=\pm 1$ по ОТТ, тогда равенство неверное и далее можно считать $\cos 2x\neq 0$

$\frac{\sin 2x}{\cos 2x}=1$

$tg\,2x=1$

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$

Ответ: $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$

№2

	ϑ, км/ч	t, ч	S
вел-ст	x	y	xy
мот-ст	$2x$	z	xz

Пусть скорости вел-ста и мот-ста равны по x км/ч, а время езды каждого y и z соотв-нно.

Один из двух выехал позже на 1 час, ~~а~~ и один из них делал остановку на 2 часа. Значит имеем $2\cdot2=4$ варианта того, как шли события стр. 2. листовик, №2 - продолжение

(I) мот-ст выехал позже и делал остановку

тогда $z = y - 3$, т.к. вел-ст на 1 час спал дольше, ведь выехал раньше, и он не делал остановки, то есть пока мот-ст отдыхал, первый ещё проехал 2 часа. Т.к. они прибыли одновременно, то пути окажутся равными. Тогда

$$xy = 2x(y-3)$$
$$y = 2y - 6$$
$$y = 6$$

т.е. они приехали в п. В в 19:00

остальные случаи разбираются аналогично

(II) мот-ст. делал остановку, вел-ст выехал позже

$$x(y-1) = 2x(y-2)$$
$$y - 1 = 2y - 4$$
$$y = 3$$

, приехали в В в 16:00

(III) вел-ст делал остановку, мот-ст выехал позже

$$x(y-2) = 2x(y-1)$$
$$y - 2 = 2y - 2$$
$$y = 0$$

- этого быть не может, т.к. тогда они пробыли в пути отрицательное кол-во времени

(IV) вел-ст делал остановку и выехал позже

$$x(y-3) = 2xy$$
$$y - 3 = 2y$$
$$y = -3$$

- тоже не подходит

Ответ: в 16:00 или в 19:00

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

15-88-92-04
(121.3)

стр 3 чистовик №3

$x^3-6x^2+7x-1=0$ - корни x_1, x_2 и x_3

по т. Виета: $x_1+x_2+x_3=-6$

$\cancel{x_1+x_2}$ $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=7$

$x_1x_2x_3=-1$

Теперь необходимо, чтобы у уравнения $x^3+ax^2+bx+c=0$ были определённые корни x_1+x_2, x_2+x_3, x_1+x_3

по обратной т. Виета такое уравнение будет единственным т.к. старший к-т фиксированный и его коэф-ты ищутся по формулам:

$a=(x_1+x_2)+(x_2+x_3)+(x_1+x_3)=2(x_1+x_2+x_3)=2\cdot(-6)=-12$

$b=(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_3)(x_2+x_3)=$

$=x_1^2+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_2x_3+$

$+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_3^2=3(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)+x_1^2+x_2^2+x_3^2=$

$=3\cdot7+(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=3\cdot7+(-6)^2-$

$-2\cdot7=7+36=43$

$c=(x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3)=((x_1+x_2+x_3)-x_3)((x_1+x_2+x_3)-x_2)\cdot$

$\cdot((x_1+x_2+x_3)-x_1)=(-6-x_3)(-6-x_2)(-6-x_1)=-(6+x_1)(6+x_2)(6+x_3)=$

$=-(6^2+6x_1+6x_2+x_1x_2)(6+x_3)=-(6^3+6^2x_1+6^2x_2+6x_1x_2+6^2x_3+$

$+6x_1x_3+6x_2x_3+x_1x_2x_3)=-(6^3+6^2\cdot(x_1+x_2+x_3)+6(x_1x_2+x_1x_3+$

$+x_2x_3)+x_1x_2x_3)=-(6^3+6^2\cdot(-6)+6\cdot7-1)=$

$=-(42-1)=-41$

Тогда уравнение $x^3-12x^2+43x-41=0$ - искомое

Ответ: $a=-12$

$b=43$

$c=-41$

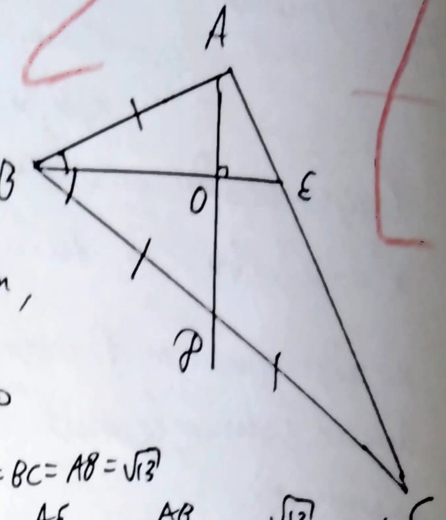
стр. 4 чистовик №4

Дано: $\triangle ABC$, BE – бисс., AD – мед.

$BE = AD$ $\quad BE \perp AD$

$AB = \sqrt{13}$

S_{ABC} – ?



Решение: ~~Bk~~ Пусть $AD \cap BE = O$

то в $\triangle ABD$ BO – бисс-а и выс-а,
по у   по у

то $\triangle ABD$ – равноб-ый и $AB = BD$

$BD = DC$, т.к. AD – мед-а, то $BD = BC = AB = \sqrt{13}$

по св-ву биссектрисы BE в $\triangle ABC$ $\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{13}} = \frac{1}{2}$

Тогда ~~если AD~~ на AE приходится 1 часть, на EC – 2, а на AC – 3.

В $\triangle ABC$ по т. синусов: $\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{2AB}{\sin\angle A}$

$\sin\angle A = 2\sin\angle C$

по т. синусов в $\triangle ABE$: $\frac{BE}{\sin\angle A} = \frac{AE}{\sin\angle\frac{B}{2}}$

по т. синусов в $\triangle ACD$: $\frac{AD}{\sin\angle C} = \frac{AC}{\sin\angle ADC}$ $\quad /2$

$\frac{AD}{2\sin\angle C} = \frac{AC}{2\sin\angle ADC}$

заметим, что $\frac{BE}{\sin\angle A} = \frac{AD}{2\sin\angle C}$, т.к. $BE = AD$ по у., а $\sin\angle A = 2\sin\angle C$ по док.

тогда $\frac{AE}{\sin\angle\frac{B}{2}} = \frac{AC}{2\sin\angle ADC}$. $\quad \angle ADC$ – внеш. к $\triangle BOD$ то $\angle ADC = 90^\circ + \angle\frac{B}{2}$

$\frac{2AE}{AC} = \frac{\sin\angle\frac{B}{2}}{\sin(90^\circ + \angle\frac{B}{2})} = \frac{\sin\angle\frac{B}{2}}{\cos\angle\frac{B}{2}} = tg\angle\frac{B}{2}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$ по док-ву, то $tg\angle\frac{B}{2} = \frac{2}{3}$

~~по ОТТ~~ $\cancel{\sin^2\angle\frac{B}{2} + \cos^2\frac{\angle B}{2} = 1 \mid : \cos^2\angle B}$

по формуле $\sin^2\angle\frac{B}{2} = \frac{1}{1 + ctg^2\angle\frac{B}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{tg^2\angle\frac{B}{2}}} =$

15-88-92-04 (121.3)

стр. 5

чистовик №4 - продолжение

$= \frac{1}{1+\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{4}{9}}} = \frac{1}{1+\frac{9}{4}} = \frac{4}{4+9} = \frac{4}{13}$

$\sin\angle\frac{B}{2} = \oplus\sqrt{\frac{4}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

т.к. $tg\frac{\angle B}{2} > 0$ и $\frac{\angle B}{2} \in (0; \frac{\pi}{2})$

по формуле $\cos\frac{\angle B}{2} = \oplus\sqrt{1 - \sin^2\frac{\angle B}{2}} = \sqrt{1-\frac{4}{13}} = \sqrt{\frac{9}{13}} =$

$= \frac{3}{\sqrt{13}}$

то по формуле синуса двойного угла $\sin\angle B = 2\sin\frac{\angle B}{2}\cos\frac{\angle B}{2} =$

$= 2\cdot\frac{2}{\sqrt{13}}\cdot\frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{12}{13}$

и тогда $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB\cdot BC\cdot\sin\angle B = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{13}\cdot 2\sqrt{13}\cdot\frac{12}{13} =$

$= \frac{2}{2}\cdot\frac{13}{13}\cdot 12 = 12$

Ответ: $S_{ABC} = 12$

№5

$k \geq 1877$, т.к. у N есть 1877-ой делитель.

При упорядочивании делителей N их можно поделить на пары, произведения в которых равны по N, таким образом $p_i \cdot p_{k-i+1} = N$ [т.к. если взять p_i, то делитель $\frac{N}{p_i}$ будет на i-ом месте, считая с большего делителя] точно

т.к. ~~k≥~~ $k \geq 1877$, то пары для p_3 и p_4 не смогут совпасть с самими p_3 и p_4, то можно сказать, что $p_3 \cdot p_{k-2} = N$ и $p_4 \cdot p_{k-3} = N$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{k-3} \cdot p_{k-2} = N^2$ т.к. делители упорядочены,
~~то есть $k-3 = 1876$ $k-2 = 1877$~~

по у. $p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^2$ то $1876 \geq k-3$, иначе соответственно

$p_{1876} < p_{k-3}$ и $p_{1877} < p_{k-2}$, и $p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} < N^2$.

Значит ~~k может~~ $k \geq 1877$ и $k \leq 1879$ и может принимать 3 значения: 1877, 1878 и 1879 стр. 6 чистовик N5 - продолжение

Разложим N на простые множители:

$N = q_1^{\alpha_1} \cdot q_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot q_t^{\alpha_t}$

тогда $k = \sigma(N)$ можно посчитать по-другому:

$k = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1) \cdot \ldots \cdot (\alpha_t+1)$, т.к. ~~тогд~~ любой делитель p_i можно представить в виде комбинации степеней q_i, и тогда каждая комбинация будет посчитана.

(I) $k = 1877$ - простое число, то $k = \alpha_1+1$
$\alpha_1 = 1876$

и $N = p_1^{1876}$

тогда $N^3 = p_1^{5628}$ и $\sigma(N^3) = (5628+1) = 5629$

(II) $k = 1878 = 2 \cdot 3 \cdot 313$, то $k = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)(\alpha_3+1)$
$\alpha_1 = 1$ $\alpha_2 = 2$ $\alpha_3 = 312$

и $N = p_1 \cdot p_2^2 \cdot p_3^{312}$

тогда $N^3 = p_1^3 \cdot p_2^6 \cdot p_3^{936}$ и $\sigma(N^3) = \cancel{(4)}(3+1) \cdot (6+1) \cdot (936+1) =$

$= 4 \cdot 7 \cdot 937 = 26236$

(III) $k = 1879$ - простое, $k = \alpha_1+1$
$\alpha_1 = 1878$

$N = p_1^{1878}$

$N^3 = p_1^{5634}$ и $\sigma(N^3) = (5634+1) = 5635$

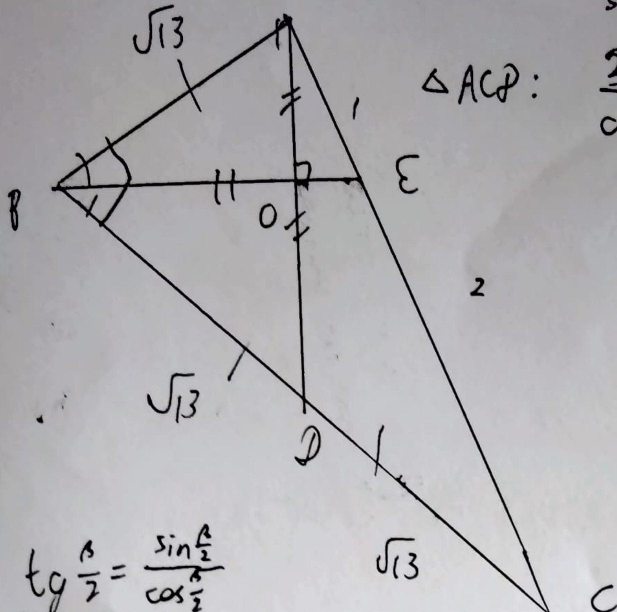
Ответ: $\sigma(N^3) = 5629;\ 5635;\ 26236$

черновик стр. 5

$\sin^2\frac{\beta}{2}+\cos^2\frac{\beta}{2}=1$

$\triangle ABE:\quad \frac{AE}{\sin\frac{\beta}{2}}=\frac{BE}{\sin\alpha}\qquad \sin\alpha=2\sin\gamma$

$\triangle ACB:\quad \frac{3AE}{\cos\frac{\beta}{2}}=\frac{BE}{\sin\gamma}$



$\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}}\cdot 3=\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=$

$=\frac{2}{3}$

$tg\frac{\beta}{2}=\frac{2}{3}$

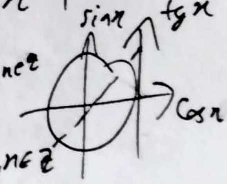
$tg\frac{\beta}{2}=\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}}$

$tg\frac{\beta}{2}$

$tg(\beta-\frac{\beta}{2})=$ ——

$3\sin 2x=3\cos 2x$

$tg\,2x=1$



$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$

$\frac{\sqrt{13}\cdot 2\sqrt{13}}{2}=13$

$\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)=$

$1-\sqrt{2}\ \ 2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1$

$1-\sqrt{2}\sin x\sin(x+t)+\sqrt{2}\cos x\cos(x+t)=2\cos^2(x-\frac{\pi}{8})$

$\frac{1}{\sqrt{3}}\cos x+\frac{2}{\sqrt{3}}\sin x=\sin(x+t)$

$t=\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}\cos x-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin x=\cos(x+t)$

$1+\sqrt{2}(\cos 2x+t)=2\cos^2(x\frac{\sqrt{3}}{\dots})=\cos(2x-\frac{\pi}{4})+1$

$\cos 2x=2\cos^2 x-1$

$\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$

$\sqrt{2}\cos x(2\cos x-\sin x)-\sqrt{2}\sin x(\cos x+2\sin x)=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2x\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\cos x(2\cos x-\sin x)-2\sin x(\cos x+2\sin x)=\cos 2x+\sin 2x$

$4\cos^2 x-2\sin x\cos x-2\sin x\cos x-4\sin^2 x=\cos 2x+\sin 2x$

$4\cos 2x-2\sin 2x=\cos 2x+\sin 2x$

черновик стр. 9

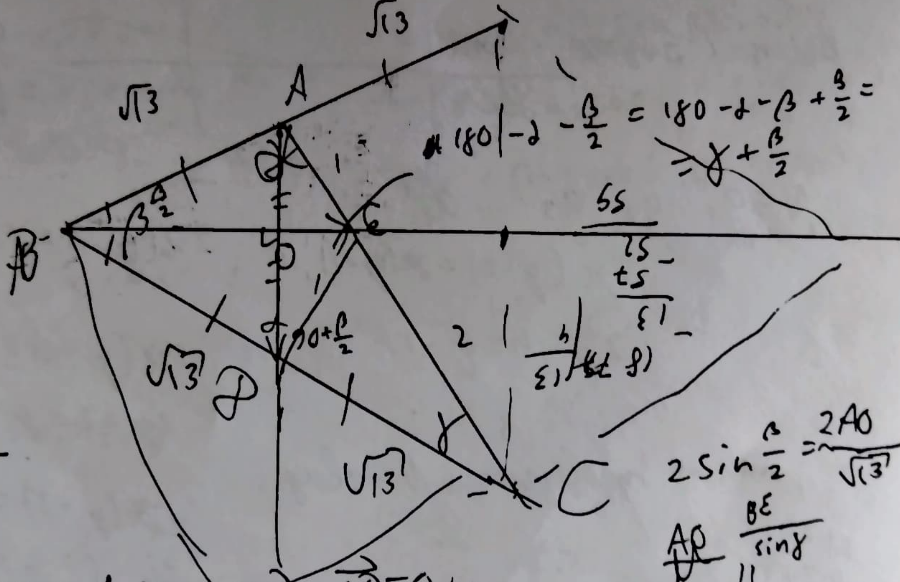
$$\left(\vec{AD}\,\tfrac{1}{2}+\vec{AC}\,\tfrac{1}{2}\right)^2=\left(\tfrac{2}{3}\vec{BA}+\tfrac{1}{3}\vec{BC}\right)^2$$

$$\vec{AD}=\frac{\vec{AB}+\vec{AC}}{2}$$

$$\vec{BE}=\frac{2}{3}\vec{BA}+\frac{1}{3}\vec{BC}$$

$$\frac{1}{4}\cdot 13+\frac{1}{4}\cdot\sqrt{13}\cdot AC\cdot(-\cos\delta)$$

$$\frac{4}{9}\cdot 4\sqrt{13}+$$



$$180-\delta-\frac{\beta}{2}=180-\delta-\beta+\frac{\beta}{2}=\gamma+\frac{\beta}{2}$$

$$2\sin\frac{\beta}{2}=\frac{2AO}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{AD}{\beta}\quad\frac{BE}{\sin\gamma}$$

$$\left(\frac{\vec{AB}+\vec{AE}}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\vec{BA}+\frac{1}{3}\vec{BC}\right)=\vec{BE}\cdot\vec{AD}=0$$

$$\frac{2AO}{\sin\gamma}=\frac{EC}{\sin\frac{\beta}{2}}$$

$$\frac{1}{3}\vec{AB}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{3}\vec{AC}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{6}\vec{AB}\cdot\vec{BC}+\frac{1}{6}\vec{AC}\cdot\vec{BC}$$

$$2\cdot(-13)+2\cdot AC\cdot\sqrt{13}\cdot(-\cos\delta)+2\cdot 13\cdot(-\cos\beta)+2\sqrt{13}AC\cos\gamma$$

$$=0$$

$$\frac{2\sin\frac{\beta}{2}\sqrt{13}}{\sin\gamma}=$$

$$\frac{BE}{\sin\delta}=\frac{EC}{\sin\beta}=\frac{EC}{\sin\frac{\beta}{2}}$$

$$\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AD}+\vec{DB}$$

$$\frac{AD}{\sin\delta}=\frac{AC}{\cos\frac{\beta}{2}}$$

$$AC=\sqrt{13+AD^2+2\sqrt{13}AD\sin\frac{\beta}{2}}=$$

$$\frac{EC}{\sin\frac{\beta}{2}}$$

$$\frac{AD}{\sin\beta}=\frac{\sqrt{13}}{\cos\frac{\beta}{2}}\qquad AD=\frac{\sin\beta\cdot\sqrt{13}}{\cos\frac{\beta}{2}}$$

$$\frac{\sin\beta}{\cos\frac{\beta}{2}}=\frac{EC}{AC}$$

$$=\sqrt{13+\frac{13\sin^2\beta}{\cos^2\frac{\beta}{2}}+\frac{2\cdot 13\sin\beta\cdot\sin\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}}}$$

$$\frac{AO}{BO}=\frac{EC}{AC}$$

Черновик стр. 3

	v, км/ч	t, ч	S
мот.	$2x$	$y-2$	0
вел.	x	$y-1$	~~$S-2x$~~ $t-2$

$$\begin{array}{r|l} 1877 & 13 \\ -13 & 144 \\ \hline 57 & \\ -52 & \\ \hline 57 & \end{array}$$

остановка из

		мот	вел
выехал позже	мот		
$t-1$	вел		

$\sigma(N) = \prod_{i=1}^{t}(\alpha_i+1)$

$\alpha_i \vdots 2$

$N = q_1^{\alpha_1} \cdot q_2^{\alpha_2} \cdot q_3^{\alpha_3} \cdot \ldots \cdot q_t^{\alpha_t}$

$$\begin{array}{r|l} 1877 & 19 \\ -171 & 9 \\ \hline 167 & \end{array}$$

$2x(y-2) = x(y-1)$ $\qquad 2x(y-1) =$

8 $\qquad 2y-4 = y-1$ $\qquad 2x(y-1) = x(y-2)$

$y = 3$ $\qquad 2y-2 = y-2$ 0

$$\begin{array}{r|l} 1877 & 23 \\ -184 & 8 \\ \hline 37 & \end{array}$$

потом проверить N-квад.

$2\cancel{x}(y-3) = \cancel{x}(y)$

$2y-6 = y$

$y = 6$

$$\begin{array}{r|l} 1877 & 29 \\ & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1878 & 2 \\ 939 & 3 \\ 313 & \end{array}$$

$2x(y) = y-3$

		ост мот	ост вел
позже	мот	18:00	X
	вел	V	X
		16:00	

$p_3 p_4 \geqslant 20$

$p_3 \cdot p_4 \frac{N^2}{20} \geqslant N^2$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geqslant N^2$

$\sigma(N) = k$ $\qquad$ если $p_{1877} \leqslant \frac{N}{4}$

k-нечет. $= N$-квад. $\qquad$ то $p_{1876} \leqslant \frac{N}{5}$

$p_3 p_{k-2} = N$ $\qquad p_{1877} < N$

$p_4 \cdot p_{k-3} = N$ $\qquad p_{1876} \leqslant \frac{N}{2}$ $\qquad$ если p_3 пр.

если $1877 < k-2$ то не равны

$1877 \geqslant k-2$ $\qquad k = 1877$

$1877 \geqslant k \geqslant 1877$

Черновик стр. 2

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

$x_1+x_2,\ x_2+x_3,\ x_3+x_1$ — корни

$c = (-6-x_3)(-6-x_2)(-6-x_1) =$

$= -(6+x_3)(6+x_2)(6+x_1) =$

$a = x_1+x_2+x_3$

$b = x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$

$c = x_1x_2x_3$

$= -(6^2+6x_2+6x_3+x_2x_3)(6+x_1) =$

$= -(6^3+6^2x_2+6^2x_3+6x_2x_3+$

$+ 6^2x_1 + 6x_2x_1 + 6x_3x_1 + x_1x_2x_3$

$-6 = x_1+x_2+x_3$

$7 = x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3 = -(6^3+6^2\cdot(-6)+6\cdot(7)+$

$+6\cdot(-1)) =$

$-1 = x_1x_2x_3$

$= -(\cancel{6^3} - 6^3 + 42 - 6) =$

$a = 2x_1+2x_2+2x_3$

$= -(36) = \boxed{-36}$

$\boxed{a = 2\cdot(-6) = -12}$

$\boxed{b} = (x_1+x_2)(x_2+x_3) + (x_1+x_2)(x_3+x_1) + (x_2+x_3)(x_3+x_1) =$

$= \underbrace{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + x_2x_3}_{7} + \underbrace{x_1x_3 + x_1^2 + x_2x_3 + x_1x_2}_{7} +$

$+ \underbrace{x_2x_3 + x_2x_1 + x_3^2 + x_3x_1}_{7} = 21 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 =$

$= (x_1+x_2+x_3)^2 - 2(x_1x_2+x_1x_3+$

$+x_2x_3) + 21 =$

$= (-6)^2 - 2\cdot 7 + 21 = 7 + 36 = \boxed{43}$

$c = (x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3) = (x_1^2 + x_1x_3 + x_1x_2 + x_2x_3) =$

$= (x_1^2x_2 + x_1x_2x_3 + x_1x_2^2 + x_2^2x_3 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_1x_2x_3 +$

$+ x_2x_3^2) =$

$x^3 - 12x^2 + 43x + c = 0$

Черновик стр. 1

$1-\sqrt2\sin x(\cos x+2\sin x)+\sqrt2\cos x(2\cos x-\sin x)=2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)$

$1-\sqrt2\sin x\cos x\underbrace{-2\sqrt2\sin^2 x+2\sqrt2\cos^2 x}-\sqrt2\sin x\cos x=$

$=2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=2\left(\cos x\cos\frac{\pi}{8}+\sin x\sin\frac{\pi}{8}\right)^2=2$

$1+2\sqrt2\cos(2x)-\sqrt2\sin 2x=2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)$

$1+\sqrt2(2\cos 2x-\sin 2x)=2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)$

$\frac{1+x^2 tg}{x^2 tg}$; $\cos\frac{\pi}{4}=2\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}$ $\quad tg\frac{\beta}{2}$

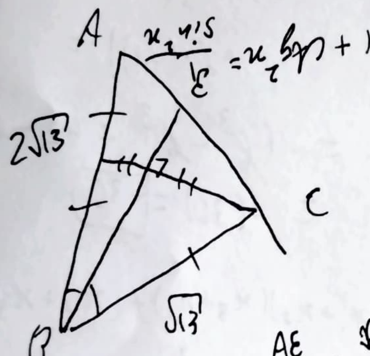
$=\frac{\frac{1}{x^2 tg}+1}{1}=\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{\frac{\sqrt2}{2}+1}{2}=\frac{\sqrt2+2}{4}$

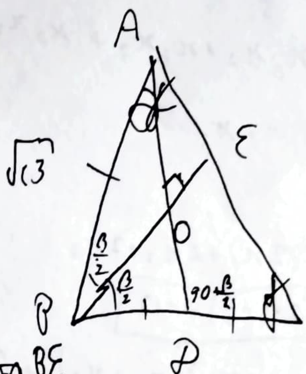
$\frac{AC}{AE}\cdot tg\frac{\beta}{2}=\frac{AD\cdot\sin\alpha}{\sin\gamma\cdot BE}=$

$=\frac{ctg^2x+1}{1}=\frac{1}{\sin^2 x}$ $\quad \cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$ $\quad =2$

$\frac{AE}{AC}$

$\frac{1}{\sin^2 x}=1+ctg^2 x$





$\sqrt{13}$

$\frac{AC}{\sin\beta}=\frac{2\sqrt{13}}{\sin\alpha}$

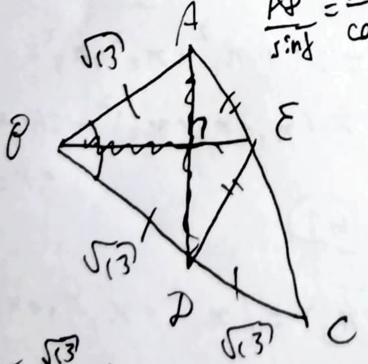
$\frac{AD}{\sin\beta}=\frac{\sqrt{13}}{\cos\beta/2}$

$2\sqrt{13}$

$\frac{AE}{\sin\beta_2}=\frac{BE}{\sin\left(\frac{\beta}{2}+\gamma\right)}$

$\frac{AD}{\sin\gamma}=\frac{AC}{\cos\frac{\beta}{2}}$ $\quad \frac{BE}{\sin\alpha}=\frac{\sqrt{13}}{\sin\angle E}$

$\frac{AD}{\sin\gamma}=\frac{AC}{\cos\frac{\beta}{2}}$



$\frac{2\sqrt{13}}{\sin\angle E}=\frac{BE}{\sin\gamma}$ $\quad \frac{AE}{\sin\frac{\beta}{2}}=\frac{AC}{\cos\frac{\beta}{2}}$

$\frac{2}{\sin\alpha}=\frac{1}{\sin\gamma}$ $\quad \frac{AC}{AD}=\frac{2\cos\frac{\beta}{2}}{\sin\alpha}$

$\frac{AE}{\sin\frac{\beta}{2}}=\frac{\sqrt{13}}{\sin\angle E}$

$2\sin\gamma=\sin\alpha$

$\frac{AE}{\sin\frac{\beta}{2}}=\frac{BE}{\sin\alpha}=$

$\frac{AE}{\sin\frac{\beta}{2}}=\frac{BE}{\sin\alpha}$ ⊛ ; $\frac{AC}{\cos\frac{\beta}{2}}=$ $\quad =\frac{AD}{\sin\alpha}=\frac{AD}{2\sin\frac{\beta}{2}}$

$\frac{CE}{\sin\frac{\beta}{2}}=\frac{BE}{\sin\gamma}$ ⊛⊛

$\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$

$\cos 2x=2\cos^2 x-1$

$\frac{AE}{CE}=\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}=$

$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\sin^2 x=1-\cos^2 x$