ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» ПО ФИЗИКЕ.

2022/23 учебный год, ЗАДАНИЕ ОТБОРОЧНОГО ТУРА. 7,8 и 9 классы.

Задание отборочного тура состояло из двух частей. В части I предлагалось три вопроса, ответ к которым (без решения) нужно было загрузить в специальную форму на сайте олимпиады. Вопросы у участников различались числовыми данными, выбираемыми автоматически из широкого диапазона значений. В части II (творческой) предлагалось 4 одинаковых для всех участников задачи, к которым требовалось загрузить ответы и решения, причем оценка определялась по результатам проверки решений.

Часть I (проверяются ответы), пример варианта:

Вопрос 1 (7 баллов):

На научном шоу экспериментатор выливал в емкость, установленную на весах, разные объемы разных жидкостей до одного и того же общего уровня. Сначала он выливал некоторый объем жидкости 1 с плотностью ρ_1 = 0,6 г/см^3, затем в два раза больший объем жидкости 2 с плотностью ρ_2 = 1,5 г/см^3, и наконец доливал до нужного уровня жидкости 3. При этом вес сосуда с жидкостями всегда оказывался одним и тем же. Чему равна плотность жидкости 3? Ответ запишите в г/см^3, с точностью до десятых, без указания единиц измерения.

Ответ: 1,2.

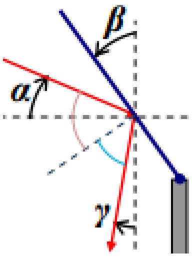
Комментарий: Пусть V – объем жидкости 1, вылитой экспериментатором в емкость. Тогда (по условию) объем жидкости 2, вылитой в сосуд, равен $2V$, а объем жидкости 3 будет равен V_0 - $3V$, где V_0 – общий объем трех жидкостей, одинаковый во всех случаях. Общая масса жидкостей в сосуде

$$m = \rho_1 \cdot V + \rho_2 \cdot 2V + \rho_3 \cdot (V_0 - 3V) = \rho_3 \cdot V_0 + (\rho_1 + 2\rho_2 - 3\rho_3) \cdot V,$$

согласно условию, не зависит от величины V. Ясно, что это возможно, только если $\rho_1 + 2\rho_2 - 3\rho_3 = 0$, откуда $\rho_3 = \dfrac{\rho_1 + 2\rho_2}{3} = 1{,}2$ г/см^3.

Вопрос 2 (8 баллов):

Лучи солнца падают на стекло фрамуги, открывающейся наружу, в плоскости, перпендикулярной ее горизонтальной оси вращения (см. рисунок). На какой угол β должна быть отклонена фрамуга от вертикали, чтобы отраженные от нее солнечные лучи были направлены под углом γ = 14° к вертикали? В этот момент высота Солнца над горизонтом равна α = 18°. Ответ запишите в градусах, без указания единиц измерения.



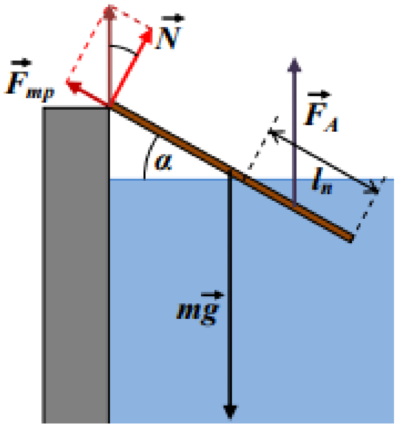
Ответ: 29.

Комментарий: Согласно закону отражения света, угол падения луча на стекло (угол между падающим лучом и перпендикуляром к поверхности стекла, равный, как видно из рисунка, α + β) равен углу отражения (между этим перпендикуляром и отраженным лучом – это 90°- β- γ). Следовательно, $\beta = \dfrac{90° - \alpha - \gamma}{2} = 29°$.

Вопрос 3 (10 баллов):
Однородная тонкая доска длины L = 1 м лежит неподвижно, опираясь «самым краешком» на борт бассейна. Другой ее конец находится в воде, уровень которой в бассейне на h = 24 см ниже этого борта. Плотность дерева, из которого изготовлена доска, ρ = 0,6 г/см^3. Плотность воды в бассейне ρ_0 = 1,0 г/см^3. При какой минимальной величине коэффициента трения между краем бассейна и доской такое возможно? Ответ запишите с точностью до сотых.

Ответ: 0,41.

Комментарий: На неподвижную доску действуют сила тяжести, сила Архимеда и две силы реакции – сила нормальной реакции борта бассейна и сила трения об этот борт. Так как



силы тяжести и Архимеда направлены вертикально, то равнодействующая сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{тр}$ тоже вертикальна, и поэтому в положении равновесия $F_{тр} = N \cdot \text{tg}(\alpha)$, где α – угол наклона доски к горизонту. С другой стороны, величина силы трения покоя должна удовлетворять требованию $F_{тр} \le \mu N$, и поэтому возникает и требование к коэффициенту трения $\mu \ge \text{tg}(\alpha)$, то есть $\mu_{\min} = \text{tg}(\alpha)$. Запишем теперь для доски условие равновесия моментов сил относительно точки опоры $+F_A \cdot l_A - mg \cdot l_g = 0$. Величина силы тяжести для доски с сечением S равна $mg = \rho S L g$, и ее плечо $l_g = \frac{L}{2}\cos(\alpha)$. Величина силы Архимеда $F_A = \rho_0 S l_n g$ ($l_n = L - \frac{h}{\sin(\alpha)}$ – длина погруженной в воду части доски), а ее плечо $l_A = \left(L - \frac{l_n}{2}\right)\cos(\alpha) = \frac{1}{2}\left(L + \frac{h}{\sin(\alpha)}\right)\cos(\alpha)$. Как видно, уравнение моментов позволяет найти α:

$$\rho L^2 - \rho_0\left(L - \frac{h}{\sin(\alpha)}\right)\left(L + \frac{h}{\sin(\alpha)}\right) = 0 \Rightarrow \text{tg}(\alpha) = \frac{x}{\sqrt{1 - \rho/\rho_0 - x^2}}, \text{ где } x \equiv \frac{h}{L}.$$

В данном варианте $x = 0{,}24$, $1 - \frac{\rho}{\rho_0} = 0{,}4$. Таким образом, $\mu_{\min} = \frac{x}{\sqrt{1 - \rho/\rho_0 - x^2}} \approx 0{,}41$.

В этом ответе, в соответствии со смыслом искомой величины, считалось правильным не только округление до сотых по стандартным правилам, но и округление «вверх». Например, в данном варианте правильным также считался ответ 0,42.

Часть II (проверяются решения):

1. («**Фонари на мосту**», 15 баллов) Некий ученик 7 класса задумался о том, как измерить расстояние между фонарями на одном из длинных метромостов. Он узнал, что длина старого вагона метро изнутри примерно 18 метров. Однажды при выезде на метромост он пошел из конца в конец вагона по ходу поезда, считая «проехавшие» мимо него фонари. Он старался идти одинаковыми шагами в одном ритме, и обнаружил, что за время движения он проехал ровно 6 промежутков между фонарями. Он вышел на следующей станции и поехал в обратную сторону, и на сей раз он в том же ритме шагал из конца в конец вагона против хода поезда. Оказалось, что теперь он проехал почти ровно 5 таких же промежутков. Предполагая, что поезда относительно моста и школьник относительно поездов оба раза двигались с одинаковыми скоростями, найдите расстояние

между фонарями. Кроме того, определите, во сколько раз скорость школьника относительно вагона была меньше скорости поезда относительно моста.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим v – скорость поезда относительно моста, u – скорость школьника относительно поезда, и L – расстояние между фонарями. В обоих случаях время движения школьника из конца в конец вагона равно $t=\frac{l}{u}$, где $l=18$м. В первом случае скорость школьника относительно фонарей была равна $v+u$, и поэтому $6L=(v+u)t=\left(\frac{v}{u}+1\right)l$. Во втором эта скорость равнялась $v-u$, то есть $5L=(v-u)t=\left(\frac{v}{u}-1\right)l$. Вычитая второе уравнение из первого, найдем, что $L=2l=36$м. Разделив их друг на друга, получим уравнение для переменной $x=\frac{v}{u}$: $\frac{6}{5}=\frac{x+1}{x-1}\Rightarrow x=\frac{v}{u}=11$.

ОТВЕТЫ: $L=36$м, $\frac{v}{u}=11$.

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

действие	**макс.балл**
Указано (используется в решении), что время движения школьника в обоих случаях одинаково	**1**
Записано соотношение, эквивалентное $t=l/u$	**1**
Верно записаны скорости школьника относительно фонарей через v и u	**2+2=4**
Записано уравнение, эквивалентное $6L=(v+u)t=(v/u+1)l$	**2**
Записано уравнение, эквивалентное $5L=(v-u)t=(v/u-1)l$	**2**
Правильно найдено расстояние $L=36$м	**2**
Правильно найдено отношение скоростей $v/u=11$	**3**
ВСЕГО	**15**

2. («**Ложка снега в банке пара**», 18 баллов) Вертикальный цилиндрический сосуд имеет площадь сечения $S=500$ см^2 и гладкие теплоизолирующие прозрачные стенки. Сверху содержимое сосуда – чистый водяной пар (без воздуха) – накрыто легким теплоизолирующим поршнем, который может свободно перемещаться в сосуде, оставаясь горизонтальным. Давление снаружи сосуда равно нормальному атмосферному $p_0\approx101$ кПа, а внутри на стенках видны микроскопические капельки воды. Известно, что плотность водяного пара в сосуде $\rho_0\approx0{,}586$ кг/м^3. Не нарушая теплоизоляции и не выпуская пар из сосуда, в него добавили чайную ложку мокрого снега (находящуюся в равновесии смесь ледяных кристаллов и воды), в котором доля льда по массе равнялась 50%. К моменту установления равновесия поршень опустился на $h\approx22{,}4$ мм. Найдите массу снега в упомянутой чайной ложке. Удельная теплота парообразования воды $r\approx2258$ кДж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda\approx334$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c\approx4{,}2$ кДж/(кг·°С). Кроме того, Вы можете использовать в решении определение шкалы температур Цельсия. Найдите также изменение внутренней энергии воды в сосуде в процессе установления равновесия (после добавления снега).

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Из условия и определения шкалы Цельсия понятно, что в начальном состоянии пар является насыщенным и его температура равна $t_0 = 100°С$, а температура ледяных кристаллов и воды в мокром снеге равна $t_1 = 0°С$. Если после добавления ложки снега поршень опустился не до дна сосуда, то есть в конечном состоянии под поршнем есть пар, и он находится в равновесии с жидкостью, то этот пар по-прежнему является насыщенным, и при том же давлении он имеет ту же температуру 100°С, которая стала равновесной температурой всей системы. Ясно, что в процессе установления нового равновесия часть пара сконденсировалась, и за счет тепла конденсации лед расплавился, а вода (как та, что изначально была жидкой, так и, которая образовалась при таянии льда) нагревается до температуры 100°С. Обозначим искомую массу снега m. Масса льда в составе порции снега равна $m/2$, поэтому уравнение теплового баланса для установления равновесия в системе имеет вид

$$r \cdot m_c = m\left[\frac{\lambda}{2} + c(t_0 - t_1)\right] \Rightarrow m = \frac{2r}{\lambda + 2c(t_0 - t_1)} m_c .$$

Здесь $m_c = \rho_0 Sh$ – масса сконденсировавшегося пара. Следовательно,

$$m = \frac{2r\rho_0 Sh}{\lambda + 2c(t_0 - t_1)} \approx 2{,}5 \text{ г}.$$

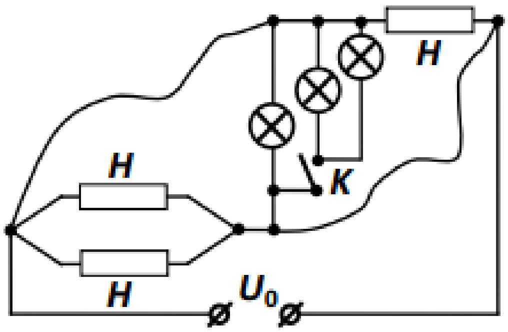
Для определения изменения внутренней энергии воды в сосуде в процессе установления равновесия нужно заметить, что разные ее части обменивались теплом только между собой – содержимое сосуда было теплоизолировано, но при этом внешнее давление, опуская поршень, совершало работу над содержимым сосуда. Таким образом, энергия воды в сосуде увеличивалась – в точности на величину этой работы: $\Delta E = A = p_0 S \cdot h \approx 113 \text{Дж}$.

ОТВЕТЫ: $m = \dfrac{2r\rho_0 Sh}{\lambda + 2c(t_0 - t_1)} \approx 2{,}5 \text{ г}$, $\Delta E = p_0 S \cdot h \approx 113 \text{Дж}$.

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

действие	**макс.балл**
Объяснено, что в начальном состоянии пар является насыщенным	**1**
Указано, что начальная температура пара равна 100°С	**2**
Указано, что начальная температура снега 0°С	**2**
Указано, что конечная температура содержимого сосуда равна 100°С	**2**
Правильно записано УТБ для установления равновесия	**3**
Правильно определена масса сконденсировавшегося пара	**2**
Правильно найдена масса мокрого снега в ложке (формула + число)	**2+1=3**
Правильно найдено изменение внутренней энергии (формула + число)	**2+1=3**
ВСЕГО	**18**

3. («**Тепло и свет**», 18 баллов) В полевой лаборатории три одинаковых нагревательных элемента с постоянным сопротивлением и три лампы работали от одного генератора, поддерживающего на своих клеммах постоянное напряжение. В схеме электропитания использованы два длинных провода с заметным сопротивлением (на рисунке они показаны «кривыми» линиями). Сопротивления остальных соединительных проводов по сравнению с ними пренебрежимо малы. В первом режиме работы схемы ключ К разомкнут, работает только одна лампа, одиночный нагреватель потребляет мощность $P_1 = 980$ Вт, а каждый из нагревателей в паре – $P_2 = 720$ Вт. Затем ключ К



замкнули, и теперь светят все три лампы. При этом мощность потребления каждого из парных нагревателей уменьшилась до $P_2' = 648$ Вт. Какую мощность P_1' теперь потребляет одиночный нагреватель?

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим R – сопротивление «первого» длинного провода (расположенного на схеме «слева»), $k \cdot R$ – сопротивление «второго» («справа»), $x \cdot R$ – сопротивление одного нагревателя, и $y \cdot R$ – сопротивление нити одной лампы. Тогда, вычисляя сумму напряжений по «верхнему берегу» нашего моста, получаем: $I_1 R + I_H x R = U_0$ (I_H – сила тока через «одиночный» нагреватель). Введя обозначение $I_0 \equiv \frac{U_0}{R}$, мы можем переписать это соотношение в виде уравнения

$$I_1 + xI_H = I_0 \qquad \textbf{(3.1)}$$

Аналогично для «нижнего берега» запишем (I_{2H} – сила тока через пару нагревателей)

$$kI_2 + \frac{x}{2} I_{2H} = I_0 \qquad \textbf{(3.2)}$$

Еще два независимых уравнения дают условия непрерывности общего тока

$$I_1 + I_{2H} = I_2 + I_H \qquad \textbf{(3.3)}$$

и закона Ома для лампы (первый случай)

$$\frac{x}{2} I_{2H} - I_1 = y(I_1 - I_H) \Rightarrow \frac{x}{2} I_{2H} + yI_H = (1+y)I_1 \qquad \textbf{(3.4)}.$$

Эту систему линейных уравнений можно решить относительно сил токов. В частности, для сил токов через нагревательные элементы

$$I_H = I_0 \frac{x(k+y) + 2k(1+y)}{kx(1+x) + (x+2k)[y + x(1+y)]}$$

$$I_{2H} = I_0 \frac{2[k + y + x(1+y)]}{kx(1+x) + (x+2k)[y + x(1+y)]}$$

Отношение этих токов нам известно, ведь $\frac{P_1}{P_2} = \frac{49}{36} = \frac{I_H^2}{(I_{2H}/2)^2} \Rightarrow \frac{I_H}{I_{2H}} = \frac{7}{12}$. Это соотношение дает уравнение на k, x и y:

$$x = \frac{5k + (12k - 7)y}{7 - 6k + y}.$$

Ясно, что для второго случая (одна лампа заменена на параллельное соединение трех) получаются точно такие же формулы с заменой $y \to \frac{y}{3}$. Тогда соотношение P_2 к P_2' дает нам еще одно уравнение: $\frac{P_2}{P_2'} = \frac{10}{9} = \frac{I_{2H}^2}{I_{2H}'^2} \Rightarrow \frac{I_{2H}}{I_{2H}'} = \frac{\sqrt{10}}{3}$ или

$$\frac{\sqrt{10}}{3} \frac{3(k+x) + (1+x)y}{(k+x) + (1+x)y} = \frac{3kx(1+x) + 3x(x+2k) + (x+2k)(x+1)y}{kx(1+x) + x(x+2k) + (x+2k)(x+1)y}.$$

Этот путь позволяет найти x и y для каждого k, и при этом исследовать диапазон значений k, при которых решение является физически допустимым (отношения сопротивлений положительны и близки по порядку величины). Например, при $k = 1$ получается $x = 5$, $y \approx 0{,}3015$. Для каждого полученного корня можно вычислить

$$\frac{P_1'}{P_2'}=\frac{I_H'^2}{(I_{2H}'/2)^2}=\left(\frac{x(3k+y)+2k(3+y)}{3k+y+x(3+y)}\right)^2,$$

и найти P_1'. Впрочем, это очень неудобный путь, так как полученная система после исключения любой пары неизвестных приводят к уравнениям высокой степени, не позволяющих решить ее аналитически. Так что для участников, которые пошли этим путем, практически единственной возможностью являлось численное решение (например, с помощью таблиц Excel или специализированных математических программ). Такой подход приводил к выводу, что возможные значения мощности потребления одиночного нагревателя во втором случае лежат в диапазоне $855\,\text{Вт}<P_1'<909\,\text{Вт}$.

Впрочем, есть еще один возможный путь. Если *предположить*, что задача должна иметь достаточно простое решение, то можно искать вариант, в котором выражение для отношения сил токов существенно упрощается. Известно, что это происходит в случае «пропорционального моста», когда сопротивление двух «длинных» проводов одинаково (в наших обозначениях $k=1$). Действительно, в этом случае из (3.1) и (3.2) можно получить уравнение

$$I_1+xI_H=I_2+\frac{x}{2}I_{2H}.$$

Вычитая из него (3.3), обнаруживаем, что

$$(1+x)I_H=\left(1+\frac{x}{2}\right)I_{2H}.$$

Таким образом, при $k=1$ отношение сил токов через нагреватели $\frac{I_H}{I_{2H}}=\frac{x+2}{2(x+1)}$ не зависит от I_0 и y, и поэтому будет одинаково для обоих подключений! Приравнивая $\frac{x+2}{2(x+1)}=\frac{7}{12}$, можно найти, что $x=5$, а потом получить квадратное уравнение для y с нужным положительным корнем $y\approx 0{,}3015$, но в действительности в этом нет необходимости. Ведь теперь мы знаем, что для второго случая тоже $\frac{I_H'}{I_{2H}'}=\frac{7}{12}$, и $\frac{P_1'}{P_2'}=\frac{49}{36}\Rightarrow P_1'=\frac{49}{36}P_2'=882$ Вт.

Такой подход использовался участниками, и считался «почти» правильным решением (см. критерии проверки)

ОТВЕТ: $855\,\text{Вт}<P_1'<909\,\text{Вт}$; допустимый ответ: $P_1'=\frac{P_1}{P_2}P_2'=882$ Вт.

Примечание: Обращаем внимание участников, что эта задача – по физике, а не по математике, хоть она и требует значительного объема математической работы. В реальных исследованиях законов природы мы часто начинаем с ситуации, когда нам неизвестна часть параметров реалистичной модели явления, и в этом случае именно анализ возможных значений «недостающих» величин позволяет спланировать эксперименты для их определения. Поэтому в научном исследовании недостаточность количества уравнений для однозначного решения задачи – не повод останавливаться. Конечно, на олимпиадах обычно стараются давать задачи, в которых такого не бывает. Но это творческая часть задания! Например, литературный персонаж братьев Стругацких, ставший героем одного из наших заданий (Кристобаль Хунта, олимпиада «ПВГ!»-2020), принципиально интересовался только решением тех задач, для которых доказано отсутствие решения.

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

действие	макс.балл
Получена полная система 4 уравнений связи сил токов с сопротивлениями (эквивалентная (3.1) – (3.4))	**4×1=4**
Вычислено отношение $I_H / I_{2H} = 7/12$ либо получено правильное уравнение, связывающее $P_1 / P_2 = 49/36$ с сопротивлениями	**1**
Записана полная система уравнений для сопротивлений или их отношений	**3**
Предложен алгоритм анализа системы уравнений **ИЛИ** Указано, что при $k = 1$ связь сил токов через нагреватели оказывается максимально простой	**3***
Записана верная формула для расчета P_1' / P_2' в выбранном методе	**3**
Получен ответ $855\,\text{Вт} < P_1' < 909\,\text{Вт}$ (получен ответ $P_1' = (882 \pm 1)$ Вт или другой правильный ответ для одного допустимого значения *k*)	**4 (3)**
ВСЕГО	**18**

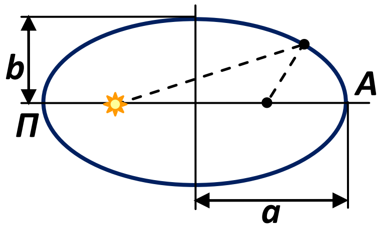
*Если случай $k = 1$ выбран без анализа общего случая, то при правильном решении за пункт 1 ставится **2 балла** (2 уравнения), за пункт 2 – **полный балл**, за пункт 3 ставится **2 балла**, за пункты 4 и 5 – **полный балл**, за пункт 6 – **3 балла**. Таким образом, максимальная оценка за этот вариант решения равна **14 баллам**.

4. («**Космическое освещение**», 24 балла) На межпланетной станции установили окуляр, направляющий свет на фотоэлемент. Окуляр все время направлен на Солнце (угол его захвата больше углового размера Солнца, видимого с орбиты станции), а сила тока фотоэлемента пропорциональна мощности светового излучения из желто-зеленой части видимого спектра, попадающего в «глазок» окуляра. Запись значений силы тока фотодатчика в зависимости от времени была начата в момент прохождения станцией перигелия своей орбиты (момент времени $t \equiv 0$), и производилась при определенных положениях станции относительно Солнца. Результаты представлены в таблице. На основании этих результатов определите величину большой и малой полуосей эллиптической орбиты станции (в а.е.). Поглощением света в околосолнечном пространстве пренебрегите.

t, земн. года	0,00	0,351	0,582	0,873	1,236	1,673	2,182	2,751	3,364	4,000	4,636
I, мА	25,60	15,47	9,77	6,17	4,10	2,91	2,24	1,86	1,66	1,60	1,66

Указание: Используйте изложенные ниже сведения из астрономии и геометрии.

Согласно ***I закону Кеплера***, планеты и другие небесные тела Солнечной системы движутся по *эллипсам*, в фокусе которых находится Солнце. Эллипс можно рассматривать как «сплюснутую окружность» - расстояние от центра эллипса до его точек изменяется в пределах $b \le r \le a$, где a и b называют *большой* и *малой полуосями* эллипса (см. рисунок). Определяющим свойством эллипса как геометрической фигуры является существование двух симметричных точек – *фокусов* эллипса, расположенных на более длинной оси симметрии. Сумма расстояний от любой точки эллипса до двух его фокусов есть величина постоянная для данного эллипса. На эллиптической орбите выделяют точку, в которой тело ближе всего к Солнцу (*перигелий П*) и точку, в которой оно дальше всего от Солнца (*афелий А*). Расстояния в Солнечной системе обычно измеряют в астрономических единицах, примерно соответствующих радиусу орбиты Земли, которая мало отличается от окружности: 1 а.е. ≈ 150 млн. км. Согласно ***III закону Кеплера***,



отношение квадратов периодов обращения небесных тел Солнечной системы равно отношению кубов больших полуосей их орбит: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$. Максимум мощности электромагнитного излучения Солнца приходится на желто-зеленую часть видимого спектра.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Если мы пренебрегаем поглощением света в околосолнечном пространстве, то мощность излучения, попадающего в окуляр, изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния до Солнца (энергия излучения по мере удаления от источника распределяется по поверхности растущей сферы, площадь которой растет пропорционально квадрату расстояния). Следовательно, так же должна вести себя и сила тока фотодатчика. Поэтому ясно, что после прохождения перигелия, где ток фотодатчика достигает максимума, он должен убывать до достижения станцией афелия, где ток фотодатчика убывает, а затем снова начать расти. В таблице минимальное значение силы тока фотодатчика соответствует времени $t = 4{,}000$ года. Если обратить внимание, что симметрично по времени от этого значения расположены положения, которым соответствуют два одинаковых значения силы тока фотодатчика (то есть два одинаковых расстояния до Солнца), то становится ясно, что это значение соответствует именно афелию. Следовательно, к этому моменту времени прошла половина периода обращения станции, и поэтому период обращения равен $T = 8$ лет. Применим III закон Кеплера к станции и Земле: куб отношения больших полуосей их орбит равен $\left(\frac{a}{a_E}\right)^3 = 8^2 = 64$, и поэтому $\frac{a}{a_E} = 4 \Rightarrow a \approx 4$ а.е. (орбита Земли практически круговая, так что большая полуось земной орбиты практически равна 1 а.е.). Кроме того, из отношения сил токов фотодатчика в перигелии и афелии находим отношение расстояний от Солнца до афелия и перигелия:

$$\frac{I_P}{I_A} = 16 = \left(\frac{r_A}{r_P}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_A}{r_P} = 4.$$

Кроме того, из геометрических свойств эллипса следует, что

$$\left\{\begin{matrix} r_P + r_A = 2a \\ (a - r_P)^2 + b^2 = a^2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} a = (r_P + r_A)/2 \\ b = \sqrt{r_P r_A} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{r_A / r_P}}{(r_A / r_P) + 1} = \frac{4}{5}.$$

Следовательно, $b = \frac{4}{5} a \approx 3{,}2$ а.е. (заодно можно найти, что $r_A = \frac{8}{5} a \approx 6{,}4$ а.е., а $r_P = \frac{2}{5} a \approx 1{,}6$ а.е., то есть орбита станции целиком лежит вне орбиты Земли). Вообще из данных таблицы можно получить очень много интересных сведений о движении станции по орбите – практически все, что угодно. Попробуйте, например, вычислить минимальную и максимальную величину скорости станции на орбите, используя информацию, что среднее значение величины скорости движения Земли на ее орбите равно $V \approx 29{,}765$ км/с. Если Вы все сделаете правильно, то максимальная скорость станции окажется почти точно равна 47 км/с (с отклонением менее ошибки, обусловленной неточностями используемых данных).

ОТВЕТЫ: $a \approx 4$ а.е., $b \approx 3{,}2$ а.е..

Примечание: На самом деле можно использовать для определения b соотношение расстояний в разных точках (а не только r_A / r_P), но такой путь значительно менее удобен.

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

действие	**макс.балл**
Установлено, что мощность излучения, попадающего в окуляр, изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния до Солнца	**4**
Указано, что это относится и к силе тока фотодатчика	**1**
По данным таблицы найдено (**2**) и обосновано (**3**), что $t = 4{,}000$ года соответствует афелию	**2+3=5**
Найдено, что период обращения станции по орбите равен 8 лет	**3**
Правильно найдено отношение r_A / r_P	**3**
Правильно найдена длина большой полуоси орбиты $a \approx 4$ а.е.	**4***
Правильно найдена длина малой полуоси орбиты $b \approx 3{,}2$ а.е.	**4***
ВСЕГО	**24**

*Если правильно и обоснованно найдено отношение $\frac{b}{a} = 0{,}8$, но сами a и b найдены с ошибкой, за эти пункты ставится в сумме 4 балла.

ОБРАЩЕНИЕ К УЧАСТНИКАМ ОЛИМПИАДЫ ИЗ 5 – 8 КЛАССОВ:

Конечно, значительная часть заданий отборочного тура требовала знания разделов физики и математики, которые – в соответствии с большинством школьных программ – изучаются в конце 8 или в 9 классе. Поэтому Вам, естественно, было тяжело, и шансов пробиться в заключительный этап у Вас было меньше, чем у девятиклассников. Да, эта олимпиада – особенная по уровню сложности заданий отборочного этапа. Однако мы надеемся, что работа над нашими заданиями была Вам интересна и позволила почувствовать красоту и разнообразие физики. Многие из Вас все же справились с задачей «Космическое освещение», в которой «нешкольные» сведения были помещены в справочный раздел условия, некоторые – и с другими задачами. Нам было очень приятно видеть Ваши решения, в которых Вы, не ограничиваясь ответами на заданные вопросы, проводили дополнительный анализ описываемых явлений. Например, некоторые участники представляли рисунки с указанием того, как орбита станции расположена относительно орбит Земли, Марса и Юпитера, и даже отмечали на ней точки, в которых производились измерения силы фототока. Это значит, что у Вас есть самое главное для победы на нашей олимпиаде – стремление к исследованию явлений, и мы будем рады вновь видеть Ваши работы в следующие годы! Впрочем, эти слова относятся и к учащимся 9 классов. Успехов Вам всем!

Жюри и методическая комиссия олимпиады «Покори Воробьевы Горы!» по ФИЗИКЕ