ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года

БИЛЕТ № 03 (10 класс): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

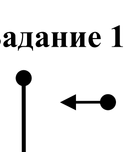
Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

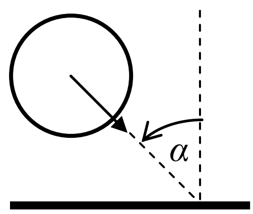
Задание 1:



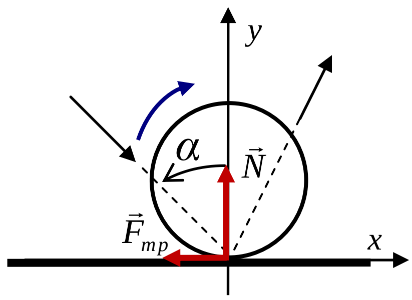
Вопрос: На гладкой горизонтальной поверхности лежала гантель из двух небольших шайб с массами m и $3m$ и жесткого легкого стержня длины L. Небольшая шайба ударяется упруго о стержень, и гантель после этого движется поступательно. На каком расстоянии от легкой шайбы гантели находилась точка удара?

Ответ: Для того, чтобы гантель после удара не начала вращаться (то есть стала двигаться поступательно) линия действия силы реакции шайбы при ударе проходила через центр масс гантели (тогда момент этой силы относительно центра масс будет равен нулю). Так как шайба маленькая, то для этого точка удара должна совпадать с центром масс гантели. Так как легкий шарик в три раза легче тяжелого, то центр масс должен находиться от него на расстоянии в три раза большем, чем от тяжелого. Поэтому искомое расстояние равно $r = \dfrac{3}{4}L$.

Задача: Кольцо радиуса $a = 5$см скользит, не вращаясь, по гладкому горизонтальному льду со скоростью $v_0 = 1$м/с и ударяется о вертикальный борт. Если скорость кольца направлена перпендикулярно борту, то удар будет упругим, и кольцо после удара будет двигаться поступательно. Найти угловую скорость вращения кольца после удара, если угол падения кольца $\alpha = 45°$. Коэффициент трения между кольцом и бортом $\mu = 0{,}4$.



Решение: Рассмотрим взаимодействие кольца с бортом. На кольцо будут действовать силы нормальной реакции борта и сила трения скольжения (в момент касания у кольца есть ненулевая скорость вдоль борта). По условию, действие силы нормальной реакции совпадает с ее действием при упругом ударе, поэтому проекция скорости кольца на ось y просто меняет знак, и изменение импульса кольца в проекции на ось y



$$mv_y - [-mv_0\cos(\alpha)] = 2mv_0\cos(\alpha) = N\Delta t,$$

где $\vec{v}$ - скорость центра масс кольца после удара, а Δt - малое время удара. Если в процессе удара силы трения не успевают остановить проскальзывание, то в течение всего времени Δt сила трения $F_{mp} = \mu N$, и изменение импульса кольца в проекции на ось x равно $mv_x - mv_0\sin(\alpha) = -\mu N\Delta t = -2\mu mv_0\cos(\alpha)$. Таким образом, проекция скорости центра кольца на ось x после удара $v_x = v_0[\sin(\alpha) - 2\mu\cos(\alpha)]$. Поскольку для заданных значений $\sin(\alpha) - 2\mu\cos(\alpha) = \frac{1}{5\sqrt{2}} > 0$, то скольжение кольца по борту действительно не прекращается за время удара. Кроме того, именно сила трения создает вращательное движение кольца одновременно с торможением проскальзывания. Увеличение линейной скорости вращательного движения можно найти из соотношения $mv_{вр} - 0 = \mu N\Delta t = 2\mu mv_0\cos(\alpha) \Rightarrow v_{вр} = 2\mu v_0\cos(\alpha)$.

Для угловой скорости кольца после удара получаем $\omega = \frac{v_{вр}}{a} = \frac{2\mu v_0\cos(\alpha)}{a} \approx 11{,}3\,\text{с}^{-1}$.

Ответ: $\omega = \frac{2\mu v_0\cos(\alpha)}{a} \approx 11{,}3\,\text{с}^{-1}$.

Задание 2:

Вопрос: Как связаны между собой малые изотермические изменения объема (δV) и давления (δp), если начальные значения равны соответственно V_0 и p_0?

Ответ: В изотермическом процессе $pV = const$, поэтому изменение этой величины при малых изменениях давления и объема равно нулю:

$$\delta(pV) = (p_0 + \delta p)(V_0 + \delta V) - p_0V_0 \approx p_0\delta V + V_0\delta p = 0 \Rightarrow \delta p = -\frac{p_0}{V_0}\delta V.$$

Задача: Для адиабатического увеличения давления $\nu = 3$ молей гелия на 0,5% потребовалось совершить над гелием работу $A = 22{,}44$ Дж. Найти начальную температуру гелия. Универсальная газовая постоянная $R \approx 8{,}31$Дж/(моль·К).

Решение: В адиабатическом процессе $\delta Q = 0$. Заданное в условии изменение давления можно считать малым, и поэтому $\delta Q = p_0\delta V + \frac{3}{2}\delta(pV) \approx \frac{5}{2}p_0\delta V + \frac{3}{2}V_0\delta p = 0$ (гелий мы рассматриваем как одноатомный идеальный газ). Из этого соотношения находим, что работа над гелием

$A \approx -p_0\delta V \approx \frac{3}{5}V_0\delta p = \frac{3}{5}p_0V_0\frac{\delta p}{p_0}$. Согласно условию, $\frac{\delta p}{p_0} = \frac{1}{200}$, а из уравнения состояния $p_0V_0 = \nu RT_0$. Поэтому $A \approx \frac{3}{1000}\nu RT_0 \Rightarrow T_0 \approx \frac{1000A}{3\nu R} \approx 300$К.

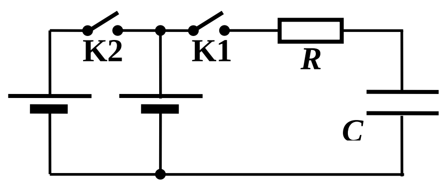
Ответ: $T_0 \approx \frac{1000A}{3\nu R} \approx 300$К.

Задание 3:

Вопрос: Чему равен КПД зарядки разряженного конденсатора от аккумулятора? Как изменится этот КПД (увеличится или уменьшится), если конденсатор уже был предварительно заряжен? Ответ объяснить.

Ответ: При зарядке изначально незаряженного конденсатора от аккумулятора конденсатор получает заряд $q = C\mathcal{E}$, приобретает энергию $E = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$, а источник совершает работу $A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$. Значит, КПД зарядки $\eta = \frac{E}{A} = 50\%$. Если же конденсатор был заряжен до заряда q_0, то он все равно заряжается в итоге до заряда $q = C\mathcal{E}$, и изменение его энергии $\Delta E = \frac{C^2\mathcal{E}^2 - q_0^2}{2C}$, а работа источника $A = (q - q_0)\mathcal{E} = (C\mathcal{E} - q_0)\mathcal{E}$, поэтому $\eta = \frac{\Delta E}{A} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{q_0}{C\mathcal{E}}\right)$. Как видно, КПД зарядки становится больше 50%, если начальный заряд совпадал по полярности с новым ($\frac{q_0}{C\mathcal{E}} > 0$) и меньше 50%, если не совпадал ($\frac{q_0}{C\mathcal{E}} < 0$).

Задача: В схеме, изображенной на рисунке, аккумуляторы одинаковы, причем внутреннее сопротивление каждого из них в $n = 2$ раза меньше сопротивления резистора. Сопротивление соединительных проводов, а также индуктивность и емкость контура с аккумуляторами пренебрежимо малы. После замыкания ключа К1 в резисторе выделилось количество теплоты $Q_1 = 2{,}56$мДж. Какое количество теплоты выделится в резисторе, если через некоторое время после этого замкнуть ключ К2?



Решение: После замыкания ключа К1 конденсатор зарядится от одного аккумулятора до напряжения, равного ЭДС («через некоторое время» означает, что зарядка практически завершилась). Значит, ток в резисторе практически отсутствует, и напряжение на ветви с аккумулятором равно его ЭДС. После замыкания ключа К2, в соответствии с условием, контур с двумя аккумуляторами практически мгновенно перейдет в равновесное состояние, причем, поскольку аккумуляторы одинаковы, то из-за встречного включения ток в этом контуре не возникнет, и напряжение на ветви, содержащей резистор и конденсатор не измениться – останется равной ЭДС одного аккумулятора. Таким образом, после замыкания ключа 2 ток через резистор не течет, и тепло в нем не выделяется: $Q_2 = 0$.

ОТВЕТ: $Q_2 = 0$.

Примечание: оценка малой, но ненулевой величины Q_2 может быть построена, если считать, что за упомянутое в условии «некоторое время» зарядка конденсатора завершилась не полностью. Пусть конденсатор при разомкнутом ключе К2 успел зарядиться до напряжения $\mathcal{E} - \delta U$ (здесь $\mathcal{E}$ – ЭДС аккумулятора, $\delta U << \mathcal{E}$). В этом случае $Q_1 = \frac{R}{R+r}(A_{ист} - \Delta E_C) = \frac{R}{R+r}\left(C(\mathcal{E} - \delta U)\mathcal{E} - \frac{C(\mathcal{E} - \delta U)^2}{2}\right) = \frac{1}{3}C(\mathcal{E}^2 - (\delta U)^2) \approx \frac{1}{3}C\mathcal{E}^2$. В этой выкладке учтено, что полное выделившееся количество теплоты, равное разности работы источника и увеличения энергии конденсатора, делится между аккумулятором и резистором пропорционально сопротивлениям, и что $R = 2r$. После замыкания К2 образовавшаяся батарея аккумуляторов эквивалентна одному аккумулятору с той же ЭДС и внутренним сопротивлением $r/2$. Конденсатор заряжается от напряжения $\mathcal{E} - \delta U$ до $\mathcal{E}$. Поэтому $Q_2 = \dfrac{R}{R + r/2}(A'_{ист} - \Delta E'_C) = \dfrac{2R}{2R + r}\left(C\delta U\mathcal{E} - \dfrac{C[\mathcal{E}^2 - (\mathcal{E} - \delta U)^2]}{2}\right) = \dfrac{2}{5}C(\delta U)^2 \approx \dfrac{6}{5}x^2 Q_1$,

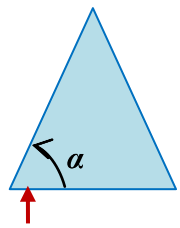
где $x \equiv \dfrac{\delta U}{\mathcal{E}} << 1$ – степень «недозарядки» конденсатора при разомкнутом К2. Итак, $Q_2 \approx 3x^2$ мДж. Такой анализ не требовался от участников, но этот ответ тоже принимался как правильный.

Задание 4:

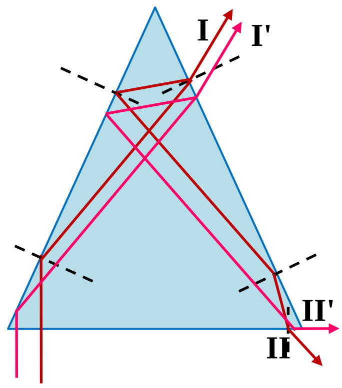
Вопрос: Опишите явление полного внутреннего отражения.

Ответ: Явление полного внутреннего отражения возникает при падении света на границу раздела прозрачных сред из оптически более плотной среды (с большим абсолютным показателем преломления $n_1 > n_2$). В этом случае угол преломления β, который определяется из закона Снелла $\sin(\beta) = \dfrac{n_1}{n_2}\sin(\alpha)$, больше угла падения α, и при углах падения $\alpha > \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$ такого значения не существует. Физически это означает отсутствие преломленных лучей, и если также отсутствует и поглощение света на границе раздела сред, то вся энергия падающего света будет отражаться. Это явление и называют полным внутренним отражением, а угол $\alpha_{ПВО} \equiv \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$ – углом полного внутреннего отражения. Если ввести относительный показатель преломления двух сред $n_{12} \equiv \dfrac{n_1}{n_2}$, то $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\dfrac{1}{n_{12}}\right)$.

Задача: На основание прозрачной равнобедренной призмы падает нормально узкий пучок параллельных световых лучей. Угол при основании призмы $\alpha = 65°$, показатель преломления ее материала $n = 2$. Под каким углом к первоначальному направлению выйдут из призмы два наиболее ярких пучка? Учтите, что при нормальном падении изнутри на любую грань призмы наблюдается и прошедший, и отраженный лучи.



Решение: Падающий нормально луч пройдет внутрь призмы без преломления. Поэтому угол падения этого луча изнутри на грань призмы равен $\alpha_1 = \alpha = 65°$, что больше угла полного внутреннего отражения для материала призмы $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\dfrac{1}{n}\right) = 30°$. Поэтому в точке первого падения луч не выходит из призмы. Угол падения на противоположную грань равен $\alpha_2 = 3\alpha - 180° = 15°$, и в этом случае появляется первый вышедший луч I. Анализируя дальнейшие падения, обнаруживаем, что угол «третьего» падения равен $\alpha_3 = 360° - 5\alpha = 35°$, и снова происходит полное внутреннее отражение. При четвертом падении (если оно происходит в точке на боковой грани призмы) угол падения $\alpha_4 = 540° - 7\alpha = 85°$ также превышает $\alpha_{ПВО}$, но отраженный луч из этой точки идет под углом к вертикали $\beta = 475° - 7\alpha = 20°$ (круче боковой грани) и падает на основание призмы под этим углом, и в этой точке образуется второй вышедший луч II. Ясно, что лучи, выходящие в последующих точках падения, будут иметь меньшую интенсивность. Луч I повернут



относительно падающего луча на угол $\varphi_{\mathrm{I}} = \alpha - \arcsin[n \cdot \sin(\alpha_3)] = 65° - \arcsin[2\sin(15°)]$, а луч II – на угол $\varphi_{\mathrm{II}} = 180° - \arcsin[n \cdot \sin(\beta)] = 180° - \arcsin[2\sin(20°)]$. В принципе, построив график синуса на участке до 30°, который почти линеен (можно использовать касательную в точке 0° и значение в точке 30°), можно оценить значения этих углов: $\varphi_{\mathrm{I}} \approx 34°$ и $\varphi_{\mathrm{II}} \approx 137°$ (при замене синусоиды на прямую получаются более грубые оценки $\varphi_{\mathrm{I}} \approx 35°$ и $\varphi_{\mathrm{II}} \approx 140°$). Но это не являлось необходимым требованием для зачета ответа.

Можно также заметить, что среди лучей, падающих нормально на основание призмы снаружи, существуют лучи, проходящие очень близко к ребру, которые при четвертом падении падают изнутри не на боковую поверхность, а на основание призмы – с углом падения $\alpha_4' = 6\alpha - 360° = 30°$. Это – пограничный луч, для которого преломленный идет по касательной к поверхности (луч II'). Поэтому у этих лучей при том же значении φ_{I} значение второго угла $\varphi_{\mathrm{II}}' = 90°$.

ОТВЕТ: самый яркий луч отклоняется от исходного на угол $\varphi_{\mathrm{I}} = 65° - \arcsin[2\sin(15°)]$ (около 34°), второй по яркости – на угол $\varphi_{\mathrm{II}} = 180° - \arcsin[2\sin(20°)]$ (около 137°) или $\varphi_{\mathrm{II}}' = 90°$.