ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года

БИЛЕТ № 07 (11 класс, Кемерово): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

<u>Для вопросов</u>:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

<u>Для задач</u>:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны <u>все</u> необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны <u>все</u> необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

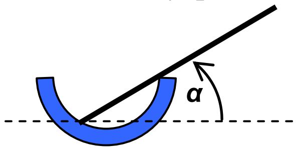
Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

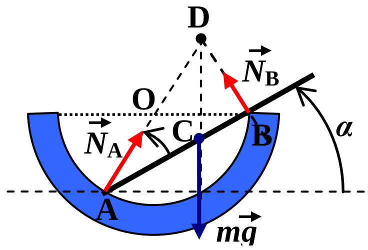
Вопрос: На твердое тело действуют три силы. Две из них приложены в одной точке (А) и взаимно перпендикулярны. Третья приложена в другой точке (В). Как проходит линия действия третьей силы, если тело находится в равновесии?

Ответ: Условия равновесия твердого тела требуют равенства нулю векторной суммы всех приложенных к телу сил и суммы моментов этих сил: $\sum\limits_i \vec{F}_i = 0$, $\sum\limits_i M_i = 0$. Для нашего случая пару сил, приложенную в точке А,, можно заменить на одну силу, равную их векторной сумме, и тогда тело должно находиться в равновесии под действием пары сил. Если второе равенство записать относительно точки А, то оно приведет к требованию, чтобы плечо третьей силы равнялось нулю, то есть линия ее действия должна проходить через точку А (идти вдоль прямой АВ), и при этом она должна быть направлена против равнодействующей двух первых сил.

Задача: Однородный стержень покоится, опираясь одним концом на внутреннюю поверхность гладкой полусферы радиуса $R = 30$ см, а другим – на ее край (см. рисунок). При этом стержень составляет с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Чему равна длина стержня?



Решение: На стержень действуют три силы: сила тяжести и две силы нормальной реакции поверхности, направленные в точке А – по радиусу полусферы, в точке В – перпендикулярно стержню. Из ответа на вопрос ясно, что линии действия этих трех сил должны пересекаться в одной точке, поэтому центр масс стержня (точка С) находится на одной вертикали с точкой пересечения линий действия сил нормальной реакции (точкой D). Выделим также точку О – центр полусферы. Так как треугольник АОВ – равнобедренный с углом α при основании, то $|\mathrm{AB}| = 2R\cos\alpha$. Значит, $|\mathrm{AD}| = \dfrac{|\mathrm{AB}|}{\cos\alpha} = 2R$, и горизонтальная проекция отрезка АС равна $|AD|\cos(2\alpha) = 2R\cos(2\alpha)$. Так как стержень однороден, то С – его середина, и та же проекция равна $\dfrac{L}{2}\cos\alpha$, где L – длина стержня. Следовательно, $\dfrac{L}{2}\cos\alpha = 2R\cos(2\alpha)$, то есть $L = 4R\dfrac{\cos(2\alpha)}{\cos\alpha} = \dfrac{4R}{\sqrt{3}} \approx 69{,}3$ см.



ОТВЕТ: $L = 4R\dfrac{\cos(2\alpha)}{\cos\alpha} \approx 69{,}3$ см.

Задание 2.

Вопрос: В чем состоит приближение идеального газа? Каковы основные причины, по которым реальные газы отличаются от идеального?

Ответ: Для справедливости модели идеального газа необходимо прежде всего выполнение двух условий: расстояние между молекулами должно быть много больше размеров самих молекул и среднее значение абсолютной величины потенциальной энергии взаимодействия молекул должно быть много меньше среднего значения их кинетической энергии. Поскольку расстояние между молекулами (а вместе с ним и потенциальная энергия их взаимодействия) определяются плотностью газа (концентрацией его молекул), а кинетическая энергия – его температурой, то соответствующие условия можно сформулировать так: плотность газа должна быть значительно (на три или больше порядка) меньше плотности соответствующей жидкости, а температура не должна быть слишком низкой (чтобы не проявлялись межмолекулярные взаимодействия или квантовые свойства газа). Ясно, что она не должна быть и слишком высокой (при столкновениях молекул не должны играть существенную роль процессы ионизации). При этом не следует утверждать, что мы вовсе пренебрегаем взаимодействием молекул – оно существенно при их соударениях, и оно способствует тому, что при создании неравновесного состояния газ стремится перейти в равновесное. Практически для всех газов, входящих в состав воздуха нормальных условиях их свойства близки к свойствам идеального газа. Небольшие поправки связаны с учетом собственного объема молекул и влиянием их взаимодействия.

Задача: Поршень, который находится в вертикальном закрытом цилиндре, может перемещаться без трения. По обе стороны от поршня находится одинаковые количества одного и того же идеального газа. При температуре T_1 объем верхней части в 2 раза больше нижней. Каким будет это отношение объемов, если температуру повысить до значения T_2?

Решение: Ясно, что при всех перемещениях поршня суммарный объем газов V остается неизменным. Если при этом отношение объемов верхней и нижней части равно $\frac{V_B}{V_H} \equiv x$, то сами объемы этих частей можно записать как $V_B = \frac{x}{1+x}V$ и $V_H = \frac{1}{1+x}V$. Тогда, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона, $p_B V_B = \frac{x}{1+x} p_B V = \nu RT$ и $p_H V_H = \frac{1}{1+x} p_H V = \nu RT$. Кроме того, должно выполняться условие равновесия поршня массой m и площадью S: $p_H S = p_B S + mg$. Подставляя в это соотношение давление из записи уравнений состояния, получаем: $(1+x)\frac{\nu RT}{V}S = \frac{1+x}{x}\frac{\nu RT}{V}S + mg \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \frac{C}{T}$, где $C = \frac{mgV}{\nu RS}$ – постоянная, выражаемая через параметры системы. Записав это соотношение при температуре T_1, находим, что $C = \frac{3}{2}T_1$. Тогда из него же при температуре T_2 получаем уравнение на соотношение объемов при этой температуре: $x_2 - \frac{1}{x_2} = \frac{3T_1}{2T_2}$, из которого $x_2 = \frac{3T_1}{4T_2} + \sqrt{\frac{9T_1^2}{16T_2^2} + 1}$ (знак «+» выбран, так очевидно, что физическое значение $x > 0$).

ОТВЕТ: $x_2 = \frac{3T_1}{4T_2} + \sqrt{\frac{9T_1^2}{16T_2^2} + 1}$.

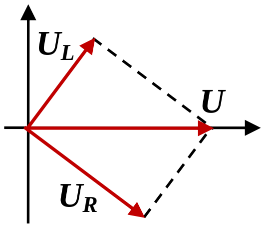
Задание 3.

Вопрос: Резистор с сопротивлением R и катушка с индуктивностью L включены последовательно в цепь переменного напряжения с циклической частотой ω. Во сколько раз отличаются амплитуды колебаний напряжения на резисторе и катушке?

Ответ: Пусть колебания тока в цепи происходят по закону $I(t) = I_m \cos(\omega t)$. Колебания напряжения на резисторе происходят синфазно с колебаниями тока: $U_R(t) = RI(t) = RI_m \cos(\omega t)$, то есть амплитуда колебаний этого напряжения $U_{Rm} = RI_m$. Напряжение на идеальной индуктивности связано с наводящейся в катушке ЭДС индукции: $U_L(t) = -\mathcal{E}_i = -L\frac{dI}{dt} = \omega L I_m \sin(\omega t)$, то есть $U_{Lm} = \omega L I_m$. Следовательно, $\frac{U_{Rm}}{U_{Lm}} = \frac{R}{\omega L}$.

Задача: Ведро с водой при нормальном атмосферном давлении закипает за время $t_1 = 8$мин, если в него опустить кипятильник в форме спирали с индуктивностью $L = 0{,}01$Гн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом, включенным в сеть переменного синусоидального напряжения с частотой $\nu = 50$Гц. За какое время закипит и наполовину выкипит вода в ведре, если два таких кипятильника соединить последовательно и подключить к источнику постоянного напряжения, величина которого равна амплитудному значению переменного напряжения? Начальная температура воды в обоих случаях одинакова и равна 15ºС. Удельная теплоемкость воды $c \approx 4{,}2$ Дж/г, удельная теплота парообразования $r \approx 2352$ Дж/г.

Решение: При подключении кипятильника с указанными параметрами в сеть переменного



напряжения, с учетом смещения колебаний напряжения на индуктивности по фазе на $\dfrac{\pi}{2}$ относительно колебаний напряжения на сопротивлении, воспользовавшись методом фазовых диаграмм, найдем связь амплитуды напряжения сети и амплитуды колебаний тока: $U_m^2 = R^2 I_m^2 + \omega^2 L^2 I_m^2 \;\Rightarrow\; I_m^2 = U_m^2/(R^2+\omega^2L^2)$. Средняя за период мощность выделения тепла на активном сопротивлении $P_1 = \dfrac{1}{2}RI_m^2 = \dfrac{RU_m^2}{2(R^2+\omega^2L^2)}$. Поскольку $P_1t_1 = cm(T_K - T_0)$ (здесь $T_K = 100°C$ – температура кипения воды, а $T_0 = 15°C$ – ее начальная температура), то $t_1 = \dfrac{2cm(T_K-T_0)(R^2+\omega^2L^2)}{RU_m^2}$.

При подключении двух кипятильников к источнику постоянного напряжения мощность выделения тепла постоянна, а индуктивность не влияет на протекание тока в установившемся режиме: $P_2 = \dfrac{U_m^2}{2R}$. Тогда $P_2t_2 = cm(T_K-T_0) + r\dfrac{m}{2}$, и поэтому $t_2 = \dfrac{m[2cm(T_K-T_0)+r]R}{U_m^2}$. Учтем, что $\omega = 2\pi\nu$ и окончательно получим:

$$t_2 = \frac{[2cm(T_K-T_0)+r]R^2}{2cm(T_K-T_0)(R^2+4\pi^2\nu^2L^2)}t_1 \approx 31{,}27 \text{ мин.}$$

ОТВЕТ: $t_2 = \dfrac{[2cm(T_K-T_0)+r]R^2}{2cm(T_K-T_0)(R^2+4\pi^2\nu^2L^2)}t_1 \approx 31$ мин 16 с.

Задание 4.

Вопрос: Как вычислить поперечное увеличение тонкой линзы по оптической силе и расстоянию от предмета до линзы?

Ответ: Поперечное увеличение – это увеличение объекта, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Так как для тонкой линзы можно провести лучи, идущие от крайних точек такого предмета через оптический центр линзы, и они пройдут через края изображения, которое так же будет перпендикулярно главной оптической оси, то отношение линейных размеров изображения и предмета (а это и есть величина поперечного увеличения) будет равно отношению расстояний от изображения до линзы $|b|$ и от предмета до линзы $|a|$: $|\Gamma| = \left|\dfrac{b}{a}\right|$. Для тонких линз справедлива формула линзы, согласно которой $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{F} = D$, где F – фокусное расстояние линзы, а $D \equiv \dfrac{1}{F}$ – ее оптическая сила. Таким образом, $b = \dfrac{aF}{a-F}$, и поэтому $|\Gamma| = \dfrac{1}{|Da-1|}$. Модуль необходимо использовать потому, что все величины в формуле линзы могут быть отрицательны (для мнимых предметов, изображений и фокусов). Иногда увеличение вводят как алгебраическую величину: $\Gamma > 0$ соответствуют прямому изображению, а $\Gamma < 0$ – перевернутому. Как нетрудно проверить, в этим случае справедлива формула

$\Gamma = -\frac{b}{a} = \frac{1}{1 - Da}$ – как для собирающих линз (изображение прямое при $a < F$ и перевернутое при $a > F$), так и для рассеивающих линз (всегда прямое).

Задача: Светодиод расположен на главной оптической оси тонкой линзы. На экране за линзой наблюдается изображение «глазка» светодиода с увеличением $|\Gamma| = 1{,}5$. Светодиод начали смещать вдоль оптической оси со скоростью $v = 0{,}4$ см/с. За время $t = 1$с увеличение возросло на 2%. Найти оптическую силу линзы.

Решение: Так как изображение наблюдалось на экране, то оно являлось действительным. Это означает, что линза собирающая и расстояние от светодиода до линзы $a > F$ (кроме того, по величине $|\Gamma| > 1$ видно, что $F < a < 2F$). Из формулы для увеличения следует, что $a - F = \frac{1}{|\Gamma_0|}F$. Поскольку увеличение возрастало, то светодиод приближался к линзе.

Следовательно, $|\Gamma| - |\Gamma_0| = \frac{F}{a - vt - F} - \frac{F}{a - F} = |\Gamma_0| \frac{vt}{a - F - vt}$. По условию $x = \frac{|\Gamma| - |\Gamma_0|}{|\Gamma_0|} = 0{,}02$. Значит, $a - F = \frac{1 + x}{x} vt = \frac{F}{|\Gamma_0|} \Rightarrow D = \frac{x}{1 + x} \frac{1}{|\Gamma_0| vt} \approx 3{,}3$ дптр.

ОТВЕТ: $D = \frac{x}{1 + x} \frac{1}{|\Gamma_0| vt} \approx 3{,}3$ дптр.

Примечание: Поскольку $x << 1$, то допустимо использовать приближенную формулу $D = \frac{x}{|\Gamma_0| vt} \approx 3{,}3$ дптр.