ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года

БИЛЕТ № 06 (11 класс): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

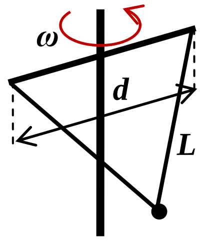
Задание 1:

Вопрос: Автомобиль проходит поворот со скоростью 30 м/с по траектории с радиусом закругления 40 м в горизонтальной плоскости ($g \approx 10$ м/с^2). При каком минимальной величине угла наклона полотна трека он сможет это сделать, если коэффициент трения колес о полотно $\mu = 1$?

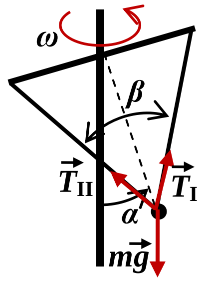
Ответ: при движении по окружности на треке углом наклона α к горизонтали центростремительное ускорение создается горизонтальными компонентами силы нормальной реакции и силы трения: $m\frac{v^2}{R} = N\sin\alpha + F_{mp}\cos\alpha$ (при заданных значениях скорости и радиуса сила трения должна противодействовать проскальзыванию автомобиля вверх по треку от оси вращения). С другой стороны, поскольку траектория горизонтальна, то $mg = N\cos\alpha - F_{mp}\sin\alpha$. Из этих уравнений следует, что $N = m\left(g\cos\alpha + \frac{v^2}{R}\sin\alpha\right)$, а

$F_{mp} = m\left(\dfrac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha\right)$. Автомобиль не скользит, уходя с нужной траектории, если $F_{mp} \le \mu N$. Из этого требования находим, что $\operatorname{tg}\alpha \ge \dfrac{v^2 - \mu g R}{\mu v^2 + gR} \approx \dfrac{5}{13}$. Значит, $\alpha_{\min} \approx \operatorname{arctg}\left(\dfrac{5}{13}\right) = \arcsin\left(\dfrac{5}{12}\right) \approx 25°$.

Задача: Маленький массивный шарик прикреплен двумя одинаковыми легкими жесткими стержнями к шарнирам на концах горизонтальной штанги длиной $d = 24$ см, симметрично закрепленной на вертикальной оси (см. рисунок). Ось вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 7$ с$^{-1}$, длина каждого из стержней $L = 37$ см. При этом сила натяжения каждого стержня равна $T_1 = 49$ Н. Какой станет сила натяжения, если уменьшить скорость вращения до величин $\omega_2 = 6$ с$^{-1}$ и $\omega_3 = 5$ с$^{-1}$? Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения в задаче принять равным $g \approx 9{,}8$ м/с^2.



Решение: Пусть α – угол между осью вращения и плоскостью, в которой лежат стержни, а β – угол между стержнями. На груз действуют силы натяжения (величины которых очевидно равны в силу симметрии: $|\vec{T}_{\mathrm{I}}| = |\vec{T}_{\mathrm{II}}| \equiv T$) и сила тяжести/ Уравнение для центростремительной компоненты ускорения $m\omega^2 L\cos(\beta/2)\sin(\alpha) = 2T\cos(\beta/2)\sin(\alpha)$ позволяет найти величину сил натяжения: $T = \dfrac{1}{2}m\omega^2 L$. Условие баланса вертикальных компонент сил $mg = 2T\cos(\beta/2)\cos(\alpha)$ приводит к уравнению на угол отклонения: $\cos(\alpha) = \dfrac{g}{\omega^2 L\cos(\beta/2)} = \dfrac{2g}{\omega^2\sqrt{4L^2 - d^2}}$ (здесь учтено, что $\cos\left(\dfrac{\beta}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{L^2 - (d/2)^2}}{L}$). Ненулевые углы отклонения плоскости стержней от вертикали ($\cos(\alpha) < 1$) соответствуют $\omega > \sqrt{\dfrac{2g}{\sqrt{4L^2 - d^2}}} \approx 5{,}3$ с$^{-1}$. Поэтому полученная формула для сил натяжения справедлива при ω_1 и ω_2, но не справедлива для ω_3. Согласно этой формуле, $T_2 = \left(\dfrac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 T_1 = 36$ Н. Для $\omega_3 = 5$ с$^{-1}$ угол $\alpha = 0$, и из уравнения для вертикальных компонент сил $T_3 = \dfrac{mg}{2\cos(\beta/2)} = \dfrac{g}{\omega_1^2 L\cos(\beta/2)}T_1 = \dfrac{2g}{\omega_1^2\sqrt{4L^2 - d^2}}T_1 = 28$ Н.



ОТВЕТ: $T_2 = \left(\dfrac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 T_1 = 36$ Н, $T_3 = \dfrac{2g}{\omega_1^2\sqrt{4L^2 - d^2}}T_1 = 28$ Н.

Задание 2:

Вопрос: В цилиндрическом сосуде под поршнем находился водяной пар с температурой $100°C$ и давлением 0,4 Атм. Объем пара изотермически уменьшили втрое. Каким стало его давление?

Ответ: Давление насыщенного водяного пара при этой температуре равно 1 Атм, поэтому при уменьшении объема в 2,5 раза пар становится насыщенным, а дальнейшее сжатие приводит к конденсации пара без увеличения давления (давление начнет расти, когда весь пар сконденсируется, а для этого объем нужно уменьшить примерно в 1000 раз). Поэтому конечное давление равно 1 Атм.

Задача: Герметичный гладкий вертикальный цилиндр сечением S разделен на две части тяжелым теплоизолирующим подвижным поршнем массы M. Под поршнем находится гелий, начальное давление которого равно p, а над поршнем – насыщенный водяной пар с температурой T. Гелий медленно нагревают, а температуру пара поддерживают постоянной. Во сколько раз отличается количество теплоты, отведенное от пара, от количества теплоты, сообщенного гелию? Молярную массу μ и удельную теплоту парообразования λ воды, а также универсальную газовую постоянную R и ускорение свободного падения g считать известными.

Решение: Так как пар насыщенный, то его давление определяется только температурой (равно давлению насыщенного пара p_H при температуре T). Поэтому начальное давление гелия $p = p_H + \frac{Mg}{S} \Rightarrow p_H = p - \frac{Mg}{S}$. При нагревании гелия он будет расширяться, совершая работу против веса поршня и силы давления пара. Давление пара изменяться не будет (так как температура неизменна), но будет происходить его конденсация. Часть образовавшейся воды осядет на поршне, увеличивая его массу. Однако, поскольку по условию поршень «тяжелый», можно считать, что масса пара много меньше массы поршня и изменением массы поршня из-за конденсации можно пренебречь. Тогда расширение гелия происходит почти изобарически, и подведенное к нему при увеличении его объема на ΔV тепло $Q_1 = A + \Delta U \approx p\Delta V + \frac{3}{2}\Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p\Delta V$. Для сохранения постоянной температуры пара от него нужно отводить тепло конденсации $Q_2 = \lambda \cdot \Delta m$, где Δm - масса сконденсировавшейся воды. Поскольку плотность насыщенного водяного пара можно выразить через давление, используя уравнение Менделеева-Клапейрона $\rho_H = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{\mu p_H}{RT}$, то $\Delta m = \frac{\mu p_H}{RT}\Delta V = \frac{\mu(p - Mg/S)}{RT}\Delta V$, и $Q_2 = \lambda \cdot \frac{\mu(p - Mg/S)}{RT}\Delta V$. Значит, $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2\lambda\mu}{5RT}\left(1 - \frac{Mg}{pS}\right)$.

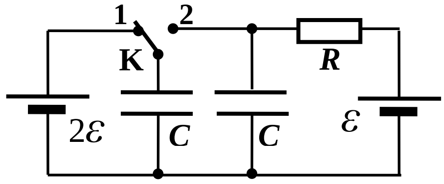
ОТВЕТ: $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2\lambda\mu}{5RT}\left(1 - \frac{Mg}{pS}\right)$.

Задание 3:

Вопрос: Какое количество теплоты выделяется в резисторе, через который протек заряд Δq, и при этом по мере перемещения заряда напряжение на нем <u>линейно</u> уменьшалось от U_0 до U_1.

Ответ: Выделение тепла в резисторе происходит за счет работы внешних электростатических сил по перемещению заряда через резистор. Если рассмотреть перемещение «бесконечно малого» заряда dq при напряжении на резисторе, равном $U(q)$, то выделившееся количество теплоты $dQ = U(q)dq$. Значит, полное количество теплоты $Q = \int_0^{\Delta q} U(q)dq$. Если зависимость $U(q)$ линейна, то этот интеграл численно равен площади трапеции: $Q = \frac{U_0 + U_1}{2}\Delta q$.

Задача: В схеме, изображенной на рисунке, ключ долгое время находился в положении 1. Какое количество теплоты выделится в резисторе после перевода его в положение 2? $\mathcal{E} = 12$ В, $C = 10$ мкФ, внутренние сопротивления аккумуляторов одинаковы и в $n = 3$ раза меньше сопротивления резистора. Сопротивление проводов, а также индуктивность контура с конденсаторами пренебрежимо малы.



Решение: Пока ключ находился в положении 1, левый (по схеме) конденсатор зарядился до напряжения $2\mathcal{E}$, а правый – до напряжения $\mathcal{E}$. После перевода ключа в положение 2 в контуре с конденсаторами, практически лишенном сопротивления и индуктивности, происходит «очень быстрый» процесс распределения заряда между конденсаторами – до выравнивания напряжений до них. В результате получается батарея из двух конденсаторов с общей емкостью $2C$, заряженная до напряжения $\frac{3}{2}\mathcal{E}$. Ясно, что на этой стадии общий заряд конденсаторов не изменяется, а суммарная энергия убывает, но эти потери энергии не затрагивают резистор – за «очень малое» время через него не успевает пройти никакой заряд. Однако баланс напряжений в схеме еще не установился, и после «очень быстрой» стадии следует «медленная» - батарея конденсаторов разряжается через резистор с сопротивлением R и аккумулятор с внутренним сопротивлением $r=\frac{R}{n}$ до равновесного напряжения $\mathcal{E}$. Для этого батарее конденсаторов нужно «избавиться» от лишнего заряда $\Delta q = 2C\cdot\left(\frac{3}{2}\mathcal{E}-\mathcal{E}\right)=C\mathcal{E}$, который протекает через резистор. Напряжение на резисторе в начале «медленной» стадии $U_0=\frac{R}{R+r}\frac{1}{2}\mathcal{E}=\frac{n}{2(n+1)}\mathcal{E}$, а после установления равновесия токи прекращаются, и напряжение на резисторе падает до нуля. Пи этом напряжение на конденсаторе линейно зависит от заряда, поэтому напряжение на резисторе линейно убывает с увеличением протекшего заряда. Поэтому $Q_R=\frac{U_0}{2}\Delta q=\frac{n}{4(n+1)}C\mathcal{E}^2=0{,}27\,\text{мДж}$.

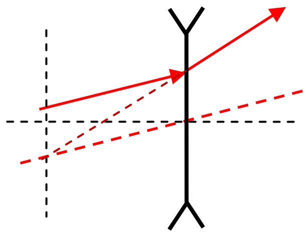
ОТВЕТ: $Q_R=\frac{n}{4(n+1)}C\mathcal{E}^2=0{,}27\,\text{мДж}$.

Примечание: При решении через закон сохранения энергии его нужно записывать отдельно для «медленной» стадии! Тогда $Q_R=\frac{R}{R+r}Q=\frac{n}{n+1}Q$, а $Q=A_{ист}-\Delta E_c$, то есть $Q=\mathcal{E}\cdot(-\Delta q)+\frac{2C}{2}\left(\frac{9}{4}-1\right)\mathcal{E}^2=\frac{1}{4}C\mathcal{E}^2$. В результате получаем тот же ответ.

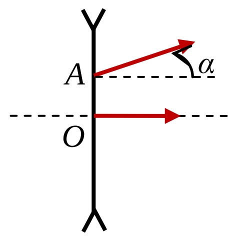
Задание 4:

Вопрос: Опишите способ построения продолжения произвольного параксиального луча, падающего на поверхность тонкой рассеивающей линзы (в любой точке под любым углом).

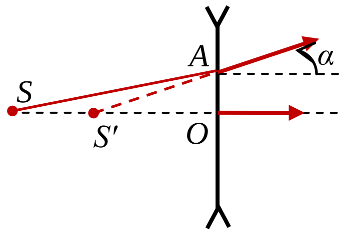
Ответ: Для построения продолжения произвольного луча можно использовать тот факт, что тонкая рассеивающая линза преломляет параллельные лучи так, что их продолжения пересекаются в ближней фокальной плоскости линзы. Поэтому достаточно построить вспомогательный луч, параллельный рассматриваемому и проходящий через оптический центр линзы без преломления. Продолжения этих лучей должны пересечься в фокальной плоскости (см. рисунок).



Задача: Точечный источник света находится перед рассеивающей линзой. Луч от этого источника, падающий на линзу в точке О, идет после линзы вдоль ее главной оптической оси. Луч, падающий на линзу в точке A (расстояние $|OA|=l=2$ см), выходит из линзы под углом $\alpha=6°$ к оптической оси. Фокусное расстояние линзы $F=25$см. На каком расстоянии от линзы находится источник?



Решение: Прежде всего заметим, что луч, выходящий из оптического центра линзы, идет вдоль главной оптической оси. Это означает, что источник находится на главной оптической оси линзы. Построив продолжение луча, выходящего из точки A, найдем положение изображения источника, находящегося от линзы на расстоянии $b = -l \cdot ctg(\alpha)$ (этот мнимое изображение). Согласно формуле линзы, расстояние от источника до линзы a определяется из соотношения $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}$, то есть



$a = -\frac{Fb}{F+b} = \frac{Fl}{F\,\mathrm{tg}(\alpha) - l}$. Подставляя значения (при вычислении тангенса можно использовать приближение малых углов: $\mathrm{tg}(6°) \approx \frac{\pi}{30} \approx 0{,}105$), находим: $a \approx 80$ см.

ОТВЕТ: $a = \frac{Fl}{F\,\mathrm{tg}(\alpha) - l} \approx 80$ см.