ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года

БИЛЕТ № 08 (11 класс, Нижний Новгород): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

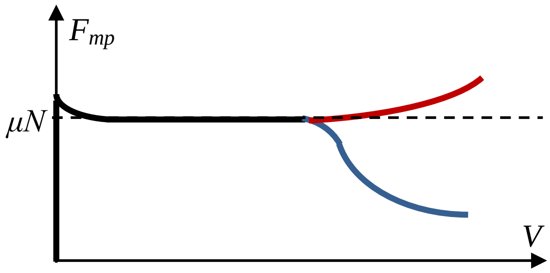
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

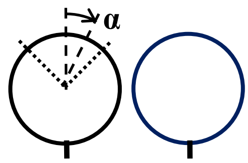
Задание 1.

Вопрос: Опишите особенности силы трения покоя и силы трения скольжения.

Ответ: Все силы сухого трения есть результат межмолекулярных взаимодействий, но обычно разделяют силы трения покоя и силы трения скольжения. Сила трения покоя препятствует проскальзыванию поверхностей и всегда направлена против силы, пытающейся вызвать скольжение. Она равна этой силе по величине и ее момент уравновешивает (вместе с силой нормальной реакции) момент внешних сил, действующих на тело (чтобы обеспечить выполнение условий равновесия). При этом сила трения покоя не может быть произвольной – она принимает значения в интервале от нуля до некоторого максимального значения, зависящего от свойств поверхностей и силы прижатия их друг к другу (от величины действующей между ними силы нормальной реакции). Если внешняя двигающая сила превосходит это максимальное значение, покой нарушается и начинается скольжение. Сила трения скольжения – сила, направленная против скорости относительного движения поверхностей (она препятствует скольжению, которое уже существует). Величина силы трения скольжения в некотором интервале скоростей относительного движения слабо зависит от этой скорости и вычисляется по формуле $F_{mp} = \mu N$, где N - сила нормальной реакции, а величина μ - коэффициент трения, который зависит от свойств поверхностей. Обычно считается, что максимальная величина силы трения покоя примерно совпадает с величиной силы трения скольжения, но на самом деле для большинства поверхностей она несколько больше μN (этот эффект носит название «эффект застоя»), поэтому в области малых скоростей бывает участок, на котором сила трения падает с ростом скорости. При больших скоростях поверхности могут начать разрушаться и даже плавиться (как лед под скользящим лезвием конька), и тогда сила трения может существенно измениться – как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения. Примерный график зависимости силы трения от относительной скорости поверхностей показан на рисунке.



Задача: Два тонких кольца одинакового радиуса установили так, что их плоскости вертикальны. Одно кольцо гладкое, а у второго в верхней трети коэффициент трения изменяется по закону $\mu = tg(\alpha)$, где α – угол поворота от верхней точки кольца, а на остальной части кольца $\mu = 1$.



Маленькая муфта с отверстием, диаметр которого чуть больше диаметра кольца, поочередно запускается из верхних точек колец с одинаковой начальной скоростью $v_0 = \sqrt{\frac{gR}{3}}$ (где R – радиус кольца, а g – ускорение свободного падения). При каком одинаковом значении угла поворота сила, с которой муфта давит на кольцо, окажется одинакова для обоих колец (по величине и направлению)?

Решение: Рассмотрим сначала гладкое кольцо. В этом случае, используя закон сохранения энергии, можно найти зависимость величины скорости от α: $\frac{mv_0^2}{2} + mgR = \frac{mv^2}{2} + mgR\cos\alpha$, откуда $v^2 = v_0^2 + 2gR(1-\cos\alpha) = gR\left(\frac{7}{3} - 2\cos\alpha\right)$. Из уравнения для центростремительной компоненты ускорения $m\frac{v^2}{R} = mg\cos\alpha - N$ находим, что проекция силы нормальной реакции на радиус равна $N = mg\left(3\cos\alpha - \frac{7}{3}\right)$. Сила давления муфты на кольцо равна по величине и противоположна по направлению этой силе, так что при $\alpha < \arccos\left(\frac{7}{9}\right)$ муфта «сжимает» кольцо, а при $\alpha > \arccos\left(\frac{7}{9}\right)$ – растягивает. Для шероховатого кольца сила, с которой муфта действует на кольцо, состоит из нормальной компоненты (силы давления, которая с точки зрения III закона Ньютона является «парной» к силе нормальной реакции кольца) и касательной – силы трения скольжения, модуль которой равен μN. Сила трения не имеет «центростремительной» компоненты, поэтому уравнение $N = mg\cos\alpha - m\frac{v^2}{R}$ по-прежнему справедливо. Поэтому очевидным значением угла, при котором эти силы на гладком и шероховатом кольце совпадают, является $\alpha = 0$ - в начале движения скорости муфты на обоих кольцах одинаковы. Но для анализа изменения скорости на шероховатом кольце нельзя использовать закон сохранения механической энергии. С другой стороны, можно заметить, что проекция суммарной силы $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$, действующей на муфту со стороны кольца на горизонтальную ось x, направленной вдоль вектора начальной скорости, равна $F_x = N\sin\alpha - \mu N\cos\alpha = 0$! Поэтому $v_x = v\cdot\cos\alpha = const = v_0$, и связь величины скорости с углом поворота выражается формулой $v = \frac{v_0}{\cos\alpha}$. Поэтому на начальном участке изменение проекции N на радиус описывается выражением $N = mg\left(\cos\alpha - \frac{1}{3\cos^2\alpha}\right)$. Важно, однако понять, что эта формула работает только при $N > 0$, то есть при $\cos\alpha > \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. Далее горизонтальные компоненты силы нормальной реакции и силы трения направлены в одну сторону – против движения, а коэффициент трения резко растет. Как видно ($\frac{1}{\sqrt[3]{3}} < \frac{7}{9}$), в случае шероховатого кольца изменение знака происходит при большем значении α, а дальнейший рост скорости происходит медленнее (из-за работы силы трения, которой нет у гладкого кольца). Поэтому совпадения величин силы давления при одинаковом направлении для ненулевых α невозможно – только при разных направлениях! Итак, выполнение условия задачи возможно только при $\alpha = 0$.

ОТВЕТ: $\alpha = 0$.

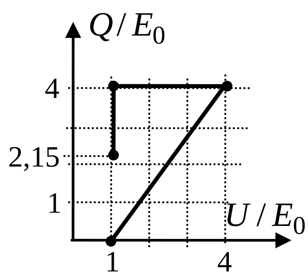
Задание 2.

Вопрос: Какие значения может принимать молярная теплоемкость идеального газа? Приведите примеры (не менее трех) процессов с известной Вам теплоемкостью.

Ответ: В соответствии с I Началом термодинамики, количество теплоты, подводимое к газу на бесконечно малом участке произвольного процесса, уравнение которого задано в координатах давление-объем $\delta Q = p\,dV + \frac{i}{2}d(pV)$ (i – число степеней свободы молекулы газа). Изменение температуры одного моля газа $dT = \frac{1}{R}d(pV)$. Поэтому молярная теплоемкость в этом процессе $c_\mu = \frac{i}{2}R + R\frac{pdV}{pdV + Vdp} = R\left[\frac{i}{2} + \frac{p}{p + p'_V}\right]$. Поскольку наклон диаграммы процесса может быть любым, то и молярное теплоемкость идеального газа может принимать любое вещественное значение. Например, для изотермического процесса $dT = 0$, и поэтому при изотермическом расширении $c_\mu = +\infty$ и при изотермическом сжатии $c_\mu = -\infty$. В адиабатическом процессе $\delta Q = 0$, и $c_\mu = 0$. Также с помощью полученной формулы легко вычислить молярные теплоемкости в изохорном процессе $c_V = \frac{i}{2}R$, в изобарном процессе $c_p = \frac{i+2}{2}R$ и в процессе, в котором давление пропорционально объему $p = kV \Rightarrow c_\mu^k = \frac{i+1}{2}R$.

Примечание: для полного зачета ответа достаточно трех примеров.

Задача: Рабочее тело тепловой машины – постоянное количество гелия. На диаграмме в координатах «внутренняя энергия – количество теплоты, с которым гелий обменялся с окружающими телами» показан один цикл рабочего тела. Здесь E_0 – некоторое количество энергии, а конечное значение $\frac{Q_к}{E_0} = \frac{4}{3}[3 - \ln(4)] \approx 2{,}15$. Найти КПД цикла. Во сколько раз максимальное давление в цикле больше минимального?



Уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа $pV^{5/3} = const$.

Решение: КПД в этой задаче вычислить легко: сразу видно, что цикл состоит из трех процессов, один из которых – адиабата (Q не изменяется). Количество теплоты, подведенное от нагревателя, в цикле тепловой машины должно быть больше, чем количество теплоты, отданное холодильнику, поэтому $Q_H = 4E_0$, а $Q_X = 4E_0 - \frac{4}{3}[3-\ln(4)]E_0 = \frac{4}{3}\ln(4)E_0$. Следовательно, $\eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{\ln(4)}{3} \approx 0{,}5375 \approx 54\,\%$ (отметим, что это значение получается непосредственно из графика: $\eta \approx \frac{2{,}15}{4} \approx 54\,\%$). Для изучения поведения давления нужно понять, из каких процессов составлен цикл. Как было отмечено, один из процессов – адиабата. Также ясно, что процесс, в котором внутренняя энергия постоянна – это изотерма. В оставшемся процессе подведенное тепло $Q = \frac{4}{3}\Delta U = 2\nu R \cdot \Delta T$. Значит, в этом процессе молярная теплоемкость одноатомного идеального газа равна $2R$. Легко проверить (см. ответ на вопрос – в решении достаточно было указать), что эта теплоемкость отвечает процессу, в котором давление растет пропорционально объему. При адиабатическом охлаждении давление газа убывает, а изотермический процесс с отведением тепла – сжатие, при котором давление снова растет, но при этом его конечное состояние совпадает с начальным для процесса $p = k \cdot V$ (обозначим его как процесс 1-2). Значит, максимальное давление отвечает состоянию 2, а минимальное – в конце адиабатического расширения (присвоим этому состоянию номер 3). Уравнение адиабатического процесса с одноатомным идеальным газом $pV^{5/3} = const \Rightarrow p = const \cdot T^{5/2}$. Значит, $\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{5/2} = \left(\frac{U_2}{U_3}\right)^{5/2} = 32$.

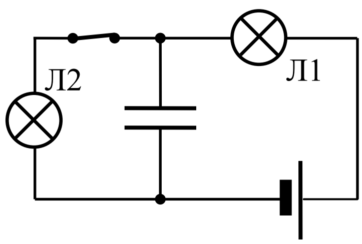
ОТВЕТ: $\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \left(\frac{U_2}{U_3}\right)^{5/2} = 32$.

Задание 3.

Вопрос: Что такое емкость конденсатора? От каких характеристик конденсатора она зависит? Как вычислить энергию электрического поля в конденсаторе?

Ответ: Конденсатор – устройство для накопления заряда. Состоит из двух проводящих тел (обкладок), разделенных изолятором (вакуумным промежутком или диэлектриком). Обычно обкладки заряжаются «симметрично» (заряды $+Q$ и $-Q$). Основная характеристика – емкость, равная отношению величины заряда обкладки (при симметричной зарядке) к величине напряжения между ними: $C \equiv \frac{Q}{|U|}$. Емкость зависит от геометрических параметров обкладок и свойств изолятора. Например, для плоского конденсатора (обкладки – плоские пластины площадью S на расстоянии $d << \sqrt{S}$, изолятор – диэлектрик с проницаемостью ε) $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Поле в пространстве между обкладками плоского конденсатора почти однородно, а вне конденсатора – намного слабее. Энергию заряженного конденсатора (т.е. энергию создаваемого им электрического поля) можно найти, вычислив работу по перемещению заряда с обкладки на обкладку: работа по увеличению заряда от q' до $q' + dq'$ равна $dA = U' \cdot dq' = \frac{1}{C} q' \cdot dq'$, поэтому $E_C = A = \frac{1}{C}\int_0^Q q'\,dq' = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$.

Задача: В схеме, показанной на рисунке, при замкнутом ключе обе лампы светились, потребляя одинаковую мощность. После размыкания ключа лампа Л1 вспыхнула и перегорела, причем заряд конденсатора успел вырасти ровно в два раза по сравнению с его величиной при замкнутом ключе. Найдите заряд конденсатора, накопленный до размыкания ключа. Какая энергия выделилась в Л1 после размыкания ключа? Величину сопротивления ламп можно считать примерно постоянной. Сопротивление Л1 равно внутреннему сопротивлению источника, ЭДС батареи равна $\mathcal{E}=36$В, емкость конденсатора $C=400$мкФ.



Решение: Из условия ясно, что сопротивления нитей обеих ламп следует считать одинаковыми (при одинаковом токе они потребляют одинаковую мощность), к тому же они равны внутреннему сопротивлению батареи. Поэтому до размыкания ключа в цепи течет постоянный ток, причем на каждом из сопротивлений Л1, Л2 и батареи напряжение составляет $U=\mathcal{E}/3$. Такое же напряжение устанавливается на конденсаторе, который подключен параллельно Л2. Значит, заряд конденсатора до замыкания ключа равен $q=CU=\dfrac{C\mathcal{E}}{3}=4{,}8$мКл. После размыкания ключа батарея дозаряжает конденсатор через Л1. Если бы зарядка закончилась, заряд конденсатора возрос бы до $q'=C\mathcal{E}$ (то есть увеличился бы в три раза). Но по условию он возрос только в два раза. Это означает, что до перегорания нити лампы конденсатор не успел зарядиться полностью. В процессе дозарядки батарея переместила заряд $\Delta q=2q-q=q=\dfrac{C\mathcal{E}}{3}$, и совершила работу $A=\mathcal{E}\Delta q=\dfrac{C\mathcal{E}^2}{3}$. Эта работа пошла на увеличение энергии конденсатора $\Delta E=\dfrac{C(2\mathcal{E}/3)^2}{2}-\dfrac{C(\mathcal{E}/3)^2}{2}=\dfrac{C\mathcal{E}^2}{6}$ и на выделение энергии в нити лампы Л1 и на внутреннем сопротивлении батареи. Так как их сопротивления одинаковы, и они соединены последовательно, то энергия между ними распределяется поровну, то есть $Q_1=\dfrac{1}{2}(A-\Delta E)=\dfrac{C\mathcal{E}^2}{12}=43{,}2$ мДж.

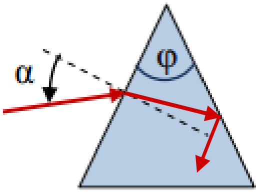
ОТВЕТ: $q=\dfrac{C\mathcal{E}}{3}=4{,}8$мКл, $Q_1=\dfrac{C\mathcal{E}^2}{12}=43{,}2$ мДж.

Задание 4.

Вопрос: В чем состоит приближение геометрической оптики?

Задача: Призма сделана из стекла с показателем преломления $n=1{,}5$. Преломляющий угол при вершине призмы $\varphi=45°$. Тонкий луч света падает на одну из боковых граней. При каких значениях угла падения луча α преломленный луч, попав на вторую боковую грань, не выйдет из нее?

Решение: При первом падении угол преломления β связан с углом падения соотношением



$\sin\beta = \dfrac{1}{n}\sin\alpha$. Угол падения на вторую грань призмы изнутри γ удовлетворяет соотношению $90° - \beta + \varphi + 90° - \gamma = 180°$, то есть $\gamma = \varphi - \beta$. Значит, для выполнения условия полного внутреннего отражения при втором падении $\gamma > \arcsin(1/n)$ необходимо выполнить требование $\sin(\varphi - \beta) > \dfrac{1}{n} \Rightarrow \beta < \varphi - \arcsin\left(\dfrac{1}{n}\right) \Rightarrow \sin\beta < \sin\varphi\sqrt{1 - \dfrac{1}{n^2}} - \dfrac{\cos\varphi}{n}$. Следовательно, $\sin\alpha < \sin\varphi\sqrt{n^2 - 1} - \cos\varphi$. Итак, $\alpha < \arcsin[\sin\varphi\sqrt{n^2 - 1} - \cos\varphi]$. Для получения численного ответа достаточно заметить, что $\sin\varphi\sqrt{n^2 - 1} - \cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{\dfrac{5}{4}} - 1\right] \approx 0{,}083 << 1$. Поэтому значение максимального угла $\alpha_m \approx 0{,}083 \text{рад} \approx 4{,}8°$.

ОТВЕТ: $\alpha < \arcsin[\sin\varphi\sqrt{n^2 - 1} - \cos\varphi] \approx 4{,}8°$.