ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, 7-9 классы

БИЛЕТ № 19 (НИЖНИЙ НОВГОРОД): возможные решения и ответы.

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Два тела, брошенные под углом к горизонту с одинаковой скоростью, имеют одинаковую дальность полета, но разное время полета. Силы сопротивления воздуха нет. Как связаны углы, под которыми эти тела были брошены?

Задача: Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести g. Начальные их скорости равны по модулю v_0 и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен α, а другой — 2α. В какой момент времени τ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ на вопрос: Дальность полета тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью v_0, определяется формулой $L = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)$. Поэтому совпадение дальностей для двух тел при одинаковой начальной скорости возможно, если $\sin(2\alpha_1) = \sin(2\alpha_2)$. Это означает, что $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$.

Решение задачи: Будем использовать систему координат, в которой ось x направлена горизонтально в плоскости движения, а ось y – вертикально вверх. По оси x тело движется равномерно, а по оси y равноускоренно (с ускорением свободного падения). Закон изменения компонент скорости $v_x \equiv v_0\cos(\alpha)$ и $v_y = v_0\sin(\alpha) - gt$. Угол наклона скорости к горизонту в момент времени t определяется соотношением $\mathrm{tg}(\beta) = \frac{v_y}{v_x} = tg(\alpha) - \frac{g}{v_0\cos(\alpha)}t$. Поэтому сонаправленность скоростей означает, что $\mathrm{tg}(\alpha) - \frac{g}{v_0\cos(\alpha)}\tau = \mathrm{tg}(2\alpha) - \frac{g}{v_0\cos(2\alpha)}\tau$. Следовательно,

$$\tau = \frac{v_0}{g}\frac{[\mathrm{tg}(2\alpha) - \mathrm{tg}(\alpha)]\cos(\alpha)\cos(2\alpha)}{\cos(\alpha) - \cos(2\alpha)} = \frac{v_0}{g}\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha) - \cos(2\alpha)}.$$

Это выражение можно еще упростить, воспользовавшись тригонометрическими формулами $\cos(\alpha) - \cos(2\alpha) = 2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right)$ и $\sin(\alpha) = 2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Тогда $\tau = \frac{v_0}{g}\frac{\cos(\alpha/2)}{\sin(3\alpha/2)}$.

ОТВЕТ: $\tau = \frac{v_0}{g}\frac{\cos(\alpha/2)}{\sin(3\alpha/2)}$.

Задание 2.

Вопрос: При соблюдении необходимых предосторожностей воду можно при нормальном атмосферном давлении охладить ниже 0°С. До какой температуры нужно охладить такую «переохлажденную» воду, чтобы при возвращении в устойчивое равновесное состояние она вся замерзла? Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).

Задача: Ученик 8 класса на лабораторной работе налил в калориметр 100 г воды с температурой 0°С и стал бросать туда толченый лед из лабораторного морозильника с температурой t_1 = –40°С. Нам известно, что уже после первой порции 7,5 г воды превратились в лед. Но школьник этого не знал, и он отправил в калориметр еще 13 таких же порций льда, каждый раз встряхивая калориметр для перемешивания содержимого и дожидаясь установления теплового равновесия. Какова в итоге оказалась температура содержимого калориметра? Калориметр не переполняется. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость льда c = 2,1 кДж/(кг·°С).

Ответ на вопрос: Ясно, что для полного замерзания воды нужно, чтобы количества теплоты, которое выделится даже при полном замерзании, не хватило для прогрева всей воды выше равновесной температуры 0°С. Значит, температура переохлажденной воды должна быть меньше «критической» t_c, определяемой из условия . Значит, вода замерзнет вся при .

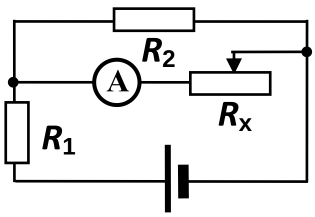
Решение задачи: Запишем уравнение теплового баланса для добавления первой порции с массой m и образованием льда массой Δm. Пока вода замерзла не вся, температура системы остается равной $t_0 = 0°\mathrm{C}$. Поэтому $cm(t_0 - t_1) = \lambda\Delta m \Rightarrow m = \frac{\lambda\Delta m}{c(t_0 - t_1)} = 30\,\text{г}$. Так как температура неизменна, то каждая из последующих порций той же массы приводит к замерзанию 7,5 г воды. Всего для полного замерзания требуется $\frac{m}{\Delta m} = 13\frac{1}{3}$ порций, а школьник добавил в общей сложности 14 порций (420 г) толченого льда. Поэтому после добавления 400 г льда у него в калориметре получились M=500 г льда с температурой 0°C, к которым еще было добавлено $m' = 20$ г льда с температурой t_1. Уравнение теплового баланса для установления равновесия имеет вид: $cM(t_0 - t) = cm'(t - t_1)$, и из него находим конечную температуру содержимого калориметра: $t = \frac{Mt_0 + m't_1}{M + m'} = -\frac{20}{13}$°C $\approx -1{,}54$°C.

ОТВЕТ: $t = -\frac{20}{13}$°C $\approx -1{,}54$°C.

Задание 3.

Вопрос: Амперметр подключили последовательно с резистором на 98 Ом, и измерили протекающую через него силу тока. Потом подключили последовательно с ними еще один такой же резистор, и подали на них то же самое напряжение. Сила тока, регистрируемая амперметром, уменьшилась в 1,98 раза. Чему равно внутреннее сопротивление амперметра?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, используются проградуированный реостат, амперметр с очень малым внутренним сопротивлением и практически идеальный источник с ЭДС 24 В. Изменяя сопротивление реостата, фиксируем показания амперметра: при $R_a = 30$ Ом сила тока $I_a = 0{,}4$ А, а при $R_b = 60$ Ом она равна $I_b = 0{,}24$ А. Найдите сопротивления резисторов R_1 и R_2.



Ответ на вопрос: Сила тока в первом случае $I_1 = \frac{U}{R + r}$, а во втором $I_2 = \frac{U}{2R + r}$ (U – подаваемое напряжение, r – сопротивление амперметра). Из этих соотношений находим, что $\frac{I_1}{I_2} = \frac{2R + r}{R + r} = 1{,}98$. Значит, $r = \frac{1}{49}R = 2$ Ом.

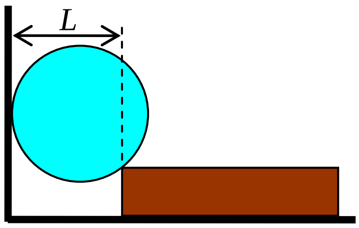
Решение задачи: Запишем уравнение теплового баланса для добавления первой порции с Пусть Е – ЭДС источника (напряжение на его клеммах при разомкнутой цепи). Сила тока в ветви с источником равна $I = \frac{\text{E}}{R_1 + R_2 R_x/(R_2 + R_x)}$. Между параллельными ветвями этот ток делится обратно пропорционально сопротивлениям, то есть ток в ветви с амперметром $I_A = \frac{R_2}{R_2 + R_x} I = \frac{\text{E}}{R_1 R_x + R_2(R_1 + R_x)}$. Значит, сопротивления резисторов удовлетворяют системе уравнений $\frac{\text{E}}{I_a} = R_1 + R_a + \frac{R_1}{R_2}R_a$ и $\frac{\text{E}}{I_b} = R_1 + R_b + \frac{R_1}{R_2}R_b$. Вычитая эти уравнения, получаем, что $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{R_b - R_a}\left(\frac{\text{E}}{I_b} - \frac{\text{E}}{I_a}\right) = \frac{1}{3}$. Используем это соотношение в первом уравнении и находим: $R_1 = \frac{\text{E}}{I_a} - \frac{4}{3}R_a = 20$ Ом. Соответственно $R_2 = 3R_1 = 60$ Ом.

ОТВЕТ: $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 60$ Ом.

Задание 4.

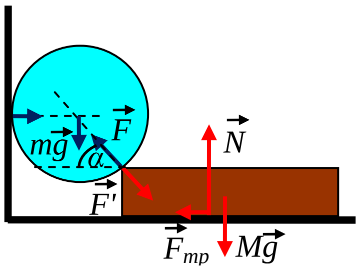
Вопрос: Опишите природу сил сухого трения. Чем различаются сила трения покоя и сила трения скольжения?

Задача: Гладкий шар массой $m = 0{,}5$ кг радиусом $R = 5$ см положили так, что он опирается на вертикальную стенку и длинный брусок массой $M = 2$ кг (см. рисунок). Брусок находится на расстоянии $L = 8$ см от стенки и лежит на горизонтальной шероховатой поверхности. При какой минимальной величине коэффициента трения между бруском и поверхностью такое равновесие возможно?



Ответ на вопрос: Все силы трения есть результат межмолекулярных взаимодействий, но обычно разделяют силы трения покоя и силы трения скольжения. Сила трения покоя препятствует проскальзыванию поверхностей и всегда направлена против силы, пытающейся вызвать скольжение. Она равна этой силе по величине и ее момент уравновешивает (вместе с силой нормальной реакции) момент внешних сил, действующих на тело (чтобы обеспечить выполнение условий равновесия). При этом сила трения покоя не может быть произвольной – она принимает значения в интервале от нуля до некоторого максимального значения, зависящего от свойств поверхностей и силы прижатия их друг к другу (от величины действующей между ними силы нормальной реакции). Если внешняя двигающая сила превосходит это максимальное значение, покой нарушается и начинается скольжение. Сила трения скольжения – сила, направленная против скорости относительного движения поверхностей (она препятствует скольжению, которое уже существует). Величина силы трения скольжения в некотором интервале скоростей относительного движения слабо зависит от этой скорости и вычисляется по формуле $F_{тр} = \mu N$, где N - сила нормальной реакции, а величина μ - коэффициент трения, который зависит от свойств поверхностей. Обычно считается, что максимальная величина силы трения покоя примерно совпадает с величиной силы трения скольжения, но на самом деле для большинства поверхностей она несколько больше μN (этот эффект носит название «эффект застоя»).

Решение задачи: Рассмотрим сначала равновесие шара. Вертикальная составляющая силы *F*, с которой брусок давит на шар, должна уравновешивать вес шара, поэтому $F\sin(\alpha) = mg$. Из геометрии ясно, что $\cos(\alpha) = \dfrac{L-R}{R} = \dfrac{3}{5}$. Поэтому $\sin(\alpha) = \dfrac{4}{5}$. Значит, $F = \dfrac{5}{4}mg$. С точно такой же по величине силой F' шар давит на брусок. Горизонтальная составляющая этой силой уравновешивается силой трения бруска о поверхность. Поэтому $F_{тр} = F\cos(\alpha) = \dfrac{3}{4}mg$. Сила нормальной реакции поверхности



уравновешивает сумму вертикальной составляющей F' и веса бруска, поэтому $N = F\sin(\alpha) + Mg = (m+M)g$. Равновесие возможно, если $F_{тр} \le \mu N$. Таким образом, необходимо выполнение требования $\dfrac{3}{4}mg \le \mu(m+M)g \Rightarrow \mu \ge \dfrac{3m}{4(m+M)} = \dfrac{3}{20}$, или $\mu_{\min} = 0{,}15$. Отметим, что брусок «длинный», то есть нарушение равновесие за счет того, что сила заставит брусок поворачиваться вокруг дальнего ребра, невозможно.

ОТВЕТ: $\mu_{\min} = \dfrac{3m}{4(m+M)} = 0{,}15$.