

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года**

**БИЛЕТ № 08 (УФА) : возможные решения и ответы**

**Критерии оценивания:**

**Для вопросов:**

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл**.

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла**.

**Ответ** правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла**.

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла**.

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка)**.

**Для задач:**

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла**.

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла**.

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов**.

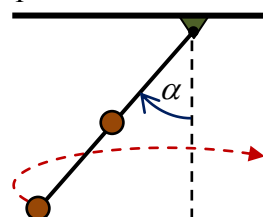
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов**.

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка)**.

**Задание 1.**

**Вопрос:** Конический маятник – материальная точка, подвешенная в вакууме в однородном поле тяжести на невесомой нерастяжимой нити, вращающаяся по окружности в горизонтальной плоскости. Как зависит период его вращения от угла отклонения нити от вертикали?

**Задача:** К нижнему концу легкого жесткого стержня длиной  $L$  прикрепили маленький тяжелый шарик, а к его середине – второй, точно такой же. Верхний конец стержня закрепили шарнирно на потолке. Конструкцию отклонили от вертикали и подтолкнули таким образом, что во время движения стержень все время образует с вертикалью один и тот же угол  $\alpha$ . С какой угловой скоростью вращается стержень? Трением в шарнире и сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g$ .



**Ответ на вопрос:** При вращении груза в горизонтальной плоскости вертикальная составляющая силы натяжения нити должна уравнивать вес груза ( $F \cos(\alpha) = mg$ ), а «радиальная» – создавать центростремительное ускорение груза при вращении ( $F \sin(\alpha) = m\omega^2 L \sin(\alpha)$ ). Разделив эти соотношения друг на друга, вычисляем угловую скорость вращения  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos(\alpha)}}$ . Период вращения конического маятника

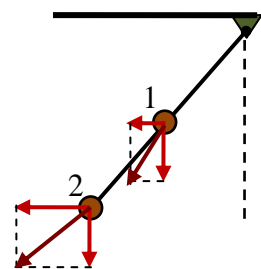
$T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos(\alpha)}{g}}$ , то есть он пропорционален корню квадратному из косинуса угла отклонения маятника от вертикали.

**Решение задачи:** Вертикальные (y) компоненты сил, с которыми стержень действует на шарики, уравнивают веса шариков:  $F_{1y} = F_{2y} = mg$ . Радиальные (x) компоненты создают центростремительные ускорения:  $F_{1x} = m\omega^2 \frac{L}{2} \sin(\alpha)$  и  $F_{2x} = m\omega^2 L \sin(\alpha)$ .

По III закону Ньютона, точно с такими же по величине, но противоположными по направлению силами шарики действуют на стержень (именно эти силы показаны на рисунке). Сумма моментов сил, приложенных к «легкому» стержню, должна равняться нулю. Запишем это

требование:  $mg \frac{L}{2} \sin(\alpha) + mg L \sin(\alpha) - m\omega^2 \frac{L}{2} \sin(\alpha) \frac{L}{2} \cos(\alpha) - m\omega^2 L \sin(\alpha) L \cos(\alpha) = 0$ .

Выражая из него угловую скорость вращения, получаем:  $\omega = \sqrt{\frac{6g}{5L \cos(\alpha)}}$ .



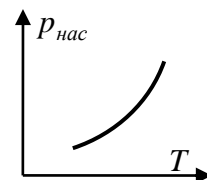
## Задание 2.

**Вопрос:** Насыщенные и ненасыщенные пары. Зависимость давления насыщенного пара от температуры.

**Задача:** В очень прочном баллоне объемом  $V = 90$  л находится 134 г смеси метана ( $\text{CH}_4$ ), кислорода ( $\text{O}_2$ ) и азота ( $\text{N}_2$ ). При температуре  $t_1 = 33^\circ\text{C}$  давление в баллоне равнялось  $p_1 = 1,4 \cdot p_0$ , где  $p_0 \approx 101$  кПа – нормальное атмосферное давление. Слабая электрическая искра подожгла метан, вызвав реакцию  $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ , причем в ходе этой реакции оба реагента израсходовались полностью. После завершения реакции содержимое баллона охладили до температуры  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ . Каким стало давление в баллоне? Растворением углекислого газа пренебречь.

**Ответ на вопрос:** Насыщенным называют пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью. Это равновесие динамическое – молекулы постоянно переходят из пара в жидкость и обратно, но в равновесии эти потоки в среднем уравниваются. Соответственно на границе жидкости с ненасыщенным паром доминирует испарение – жидкость переходит в пар, и пар в присутствии жидкости со временем становится насыщенным. Выходу молекул из жидкости в пар препятствуют межмолекулярные силы притяжения, и для интенсивного испарения жидкости обычно нужно сообщать энергию (теплоту парообразования) для увеличения потенциальной энергии взаимодействия молекул. При увеличении температуры увеличивается кинетическая энергия молекул, и они легче преодолевают притяжение соседей. Поэтому переход молекул из жидкости в пар становится намного интенсивнее, и динамическое равновесие устанавливается при более высокой плотности насыщенного пара. Вместе с плотностью и температурой пара растет нелинейным образом давление насыщенного пара (давление, плотность и абсолютная температура пара с молярной массой  $\mu$  связаны

соотношением  $p = \frac{\rho RT}{\mu}$ ). Типичная форма графика зависимости  $p_{\text{нас}}(T)$



показана на рисунке.

**Решение задачи:** Обозначим количества веществ: азота –  $\nu_1$ , метана –  $\nu_2$ , кислорода –  $\nu_3$ . Из уравнения Менделеева-Клапейрона и закона Дальтона следует, что  $p_1 V = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) RT_1$ .

Из этого соотношения находим, что  $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = \frac{p_1 V}{RT_1} \approx 5$  молей. Поскольку в ходе

последующей реакции и метан, и кислород израсходовались полностью, то  $\nu_3 = 2\nu_2$ . Кроме того, масса смеси  $m = \mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2 + \mu_3 \nu_3$ . Решая полученную систему, найдем, что  $\nu_1 = 0,5$  моля,  $\nu_2 = 1,5$  моля, и  $\nu_3 = 3$  моля. Согласно уравнению реакции, в результате сгорания метана в баллоне образовалось  $\nu_2 = 1,5$  моля  $\text{CO}_2$  и  $\nu_3 = 3$  моля  $\text{H}_2\text{O}$ . Давление,

создаваемое азотом и углекислым газом при  $100^\circ\text{C}$ , равно  $p'_2 = (\nu_1 + \nu_2) \frac{RT_2}{V} \approx 68,9$  кПа. Если

бы вся вода находилась в газообразном состоянии, то ее давление тоже бы определялось аналогичным уравнением, то есть  $p''_2 = \nu_3 \frac{RT_2}{V} \approx 103,3$  кПа. Но это больше, чем давление

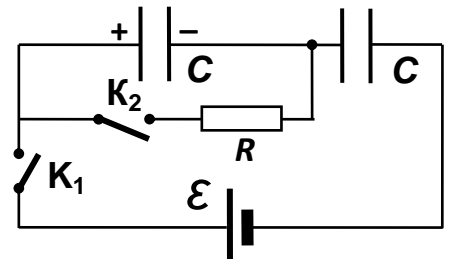
насыщенного пара при этой температуре, и поэтому так быть не может – на самом деле часть пара сконденсировалась, и  $p''_2 = p_{\text{нас}}(T_2) \approx 101$  кПа. Поэтому давление в баллоне стало равно

$$p_2 = p'_2 + p''_2 \approx 170 \text{ кПа}.$$

### Задание 3.

**Вопрос:** Незаряженный конденсатор подключили к источнику постоянного напряжения и зарядили до максимального заряда. Чему равен КПД зарядки, то есть отношение энергии, переданной конденсатору, к работе, произведенной источником?

**Задача:** В схеме, показанной на рисунке, «левый» конденсатор изначально был заряжен до напряжения  $U_0 = \mathcal{E}/2$ . Сначала замкнули ключ  $K_1$ , а затем, спустя некоторое время – ключ  $K_2$ . Какое количество тепла выделится в резисторе  $R$  после этого? Внутреннее сопротивление источника и сопротивление соединительных проводов пренебрежимо малы.



**Ответ на вопрос:** В процессе зарядки напряжение на конденсаторе растет до максимального значения, равного ЭДС источника. Поэтому источник переместит заряд  $q = C\mathcal{E}$ , и совершит

работу  $A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$ . Увеличение энергии конденсатора  $\Delta E_C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$ . Таким образом,

$$\frac{\Delta E_C}{A} = 0,5, \text{ и КПД зарядки изначально не заряженного конденсатора равен } 50 \text{ \%}.$$

**Решение задачи:** После замыкания ключа  $K_1$  источник дозаряжает батарею из двух конденсаторов одинаковой емкости. Обозначим конечный заряд «левого» конденсатора на

этой стадии  $q_1$ , а «правого» –  $q_2$ . Из условия баланса напряжений  $\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C} = \mathcal{E}$ . Кроме того, по закону сохранения заряда (сумма зарядов пластин конденсаторов, соединенных только друг с другом, не может измениться) –  $q_1 + q_2 = -C \frac{\mathcal{E}}{2}$ . Поэтому новые заряды конденсаторов

равны  $q_1 = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$  и  $q_2 = \frac{C\mathcal{E}}{4}$ . После замыкания ключа  $K_2$  «левый» конденсатор оказывается закорочен резистором, и он полностью разряжается. В ходе разряда через резистор протекает заряд  $\Delta q' = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$ . Кроме того, через этот же резистор течет ток зарядки «правого»

конденсатора, который должен зарядиться до заряда  $C\mathcal{E}$  (напряжение на «левом» конденсаторе падает до нуля, а сумма напряжений должна уравнивать ЭДС источника).

Для этого источнику нужно переместить на «правый» конденсатор заряд  $\Delta q'' = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$ . Полный

протекший через резистор после замыкания ключа  $K_2$  заряд  $\Delta q = \Delta q' + \Delta q'' = \frac{3C\mathcal{E}}{2}$ . При этом

напряжение на резисторе падало от начального значения  $\frac{3\mathcal{E}}{4}$  до нуля по линейному (как функция протекшего заряда) закону. Значит, выделившееся в резисторе количество теплоты

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\mathcal{E}}{4} \cdot \frac{3C\mathcal{E}}{2} = \frac{9C\mathcal{E}^2}{16}.$$

Такой же ответ можно получить и из закона сохранения энергии:

$$Q = A_{\text{ист}} - \Delta E_C.$$

#### Задание 4.

**Вопрос:** От чего зависит поперечное увеличение изображения предмета, создаваемого тонкой собирающей линзой на экране?

**Задача:** При помощи тонкой линзы на экране создано изображение пламени небольшой свечи, расположенного на главной оптической оси линзы перпендикулярно ей. При этом отношение линейных размеров изображения и самого пламени было равно  $|\Gamma| = \frac{1}{3}$ . Не двигая свечу, линзу переместили на расстояние  $s = 50$  см вдоль ее оптической оси. После перемещения и подбора положения экрана отношение размеров стало равно  $|\Gamma'| = 2$ . Найти оптическую силу линзы.

**Ответ на вопрос:** Из построения хода лучей для линзы ясно, что поперечное увеличение предмета равно отношению расстояний от линзы до изображения  $b$  и от линзы до источника  $a$ :  $\Gamma_{\perp} = -\frac{b}{a}$  (увеличение принимают отрицательным, когда изображение перевернуто.). Из

формулы линзы  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow b = \frac{aF}{a-F} \Rightarrow \Gamma_{\perp} = \frac{F}{F-a}$ . Таким образом, увеличение зависит от соотношения расстояния от предмета до линзы и фокусного расстояния линзы. Для разных действительных источников  $a > 0$  мы можем получить  $\Gamma_{\perp} > 1$  (при  $0 < a < F$ ),  $\Gamma_{\perp} < 0, |\Gamma_{\perp}| > 1$  (при  $F < a < 2F$ ) и  $\Gamma_{\perp} < 0, |\Gamma_{\perp}| < 1$  (при  $a > 2F$ ).

**Решение задачи:** Так как изображение создается на экране, то оно действительное. Следовательно, линза является собирающей, а изображение перевернутое. В этом случае увеличение обычно считают отрицательным, причем  $\Gamma = -\frac{b}{a}$ , и с учетом формулы линзы

$b = \frac{aF}{a-F} \Rightarrow \Gamma = \frac{F}{F-a}$ . Следовательно, для первого изображения  $\frac{F}{F-a} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = 4F$ . Для увеличения изображения линзу нужно было придвинуть ближе к свече. Поэтому после перемещения линзы  $a \rightarrow a-s \Rightarrow \frac{F}{F-a+s} = -2 \Rightarrow a-s = \frac{3}{2}F \Rightarrow F = \frac{2}{5}s$ . Следовательно,

$$\text{оптическая сила линзы } D = \frac{5}{2s} = 5 \text{ Дптр}.$$