

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года**

БИЛЕТ № 06 (НИЖНИЙ НОВГОРОД): возможные решения и ответы.

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл**.

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла**.

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла**.

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла**.

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка)**.

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла**.

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла**.

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов**.

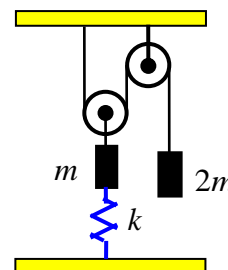
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов**.

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка)**.

Задание 1.

Вопрос: Как связаны между собой законы изменения координаты и скорости при гармонических колебаниях вдоль одной прямой?

Задача: В системе, изображенной на рисунке, массы грузов равны m и $2m$, жесткость пружины k , блоки, нить и пружина – невесомые, блоки вращаются без трения, нить по блокам не скользит. Груз $2m$ смещают из положения равновесия вниз на расстояние s , после чего грузы совершают гармонические колебания. Найдите максимальные скорости колеблющихся грузов. Ускорение свободного падения равно g .



Ответ на вопрос: Ясно, что закон изменения скорости получается дифференцированием закона изменения координаты. Если $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$, то $v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi)$. Закон

изменения скорости можно переписать в виде $v(t) = \omega x_m \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \equiv v_m \cos(\omega t + \varphi_v)$.

Это означает, что амплитуда колебаний скорости отличается от амплитуды колебаний координаты на множитель, равный циклической частоте колебаний ($v_m = \omega x_m$), и колебания скорости опережают по фазе колебания координаты на $\frac{\pi}{2}$.

Решение задачи: Направим ось x вертикально вниз. В положении равновесия грузов: $2mg - T = 0$ и $mg + k\Delta l_0 - 2T = 0$, где Δl_0 - удлинение пружины в положении равновесия, T - сила натяжения нити. Из этих уравнений получаем $\Delta l_0 = \frac{3mg}{k}$. При смещении груза $2m$ от положения равновесия вниз груз m смещается вверх на $\frac{s}{2}$ и пружина дополнительно растягивается на $\frac{s}{2}$. Максимальные скорости грузов достигаются при прохождении положения равновесия, причем скорость груза m при натянутой нити всегда в два раза меньше, чем скорость груза $2m$. Запишем закон сохранения энергии для колеблющихся грузов:

$$\frac{2mv_0^2}{2} + \frac{m(v_0/2)^2}{2} + \frac{k\Delta l_0^2}{2} = -2mgs + mg\frac{s}{2} + \frac{k(\Delta l_0 + s/2)^2}{2},$$

где v_0 - максимальная скорость груза $2m$. Таким образом, $9mv_0^2 = k^2 s^2 \Rightarrow v_0 = \frac{s}{3} \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Максимальная скорость груза m в два раза меньше $v'_0 = \frac{s}{6} \sqrt{\frac{k}{m}}$. Отметим, что амплитуда ускорения груза 1 не может быть больше ускорения свободного падения (это соответствует провисанию нити), и поэтому полученный результат верен только при $\frac{v_0}{3} \sqrt{\frac{k}{m}} \leq g \Leftrightarrow s \leq \frac{9mg}{k}$. При больших s условие задачи некорректно - колебания грузов в действительности не являются гармоническими.

Задание 2.

Вопрос: Внутренняя энергия и абсолютная температура идеального газа.

Задача: Горизонтальный теплоизолированный сосуд цилиндрической формы массой m закрыт с торцов и перегороден подвижным поршнем массой $M \gg m$. Сосуд и поршень покоятся в невесомости, с обеих сторон от поршня находится по одному молю идеального одноатомного газа. Сосуду коротким ударом сообщают скорость v , направленную вдоль оси сосуда. На сколько изменится температура ΔT газа после затуханий колебаний поршня? Трение между поршнем и стенками сосуда, теплоемкость поршня и стенок не учитывать. Масса газа пренебрежимо мала. Универсальная газовая постоянная R .

Ответ на вопрос: Шкала абсолютных температур - шкала Кельвина, в которой за начало отсчета температуры принят «абсолютный ноль» - температура, при которой прекращается тепловое движение молекул. Один градус этой шкалы приравнен к градусу шкалы Цельсия (расстояние между температурой плавления льда и температурой кипения воды при нормальном атмосферном давлении равно 100 К). Внутренняя энергия молекулярной системы есть сумма энергий ее молекул. В модели идеального газа средняя потенциальная энергия взаимодействия молекул считается пренебрежимо малой (мы пренебрегаем взаимодействием молекул всегда, кроме «редких» моментов соударений). Поэтому внутренняя энергия идеального газа есть сумма кинетических энергий молекул и она равна произведению числа молекул на среднюю кинетическую энергию молекулы. Согласно теореме Больцмана, в состоянии теплового равновесия при абсолютной температуре T в

молекулярной системе на каждую степень свободы молекулы в среднем приходится энергия, равная $\frac{kT}{2}$, где постоянная Больцмана k выражается через универсальную газовую постоянную и число Авогадро $k = \frac{R}{N_A}$. Поэтому внутренняя энергия ν молей идеального газа из молекул с i степенями свободы $U = N_A \nu \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu RT$. Например, для одноатомного идеального газа $U = \frac{3}{2} \nu RT$. С помощью уравнения Менделеева-Клапейрона внутренняя энергия также может быть выражена через давление и объем газа $U = \frac{i}{2} pV$.

Решение задачи: Так как система сосуд-поршень-газ замкнута, запишем закон сохранения импульса: $mv = (m + M + m_2)V$, где V – скорость движения системы после прекращения колебаний. Запишем изменение механической энергии системы

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m + M + m_2)V^2, \text{ и учтем, что } m, m_2 \ll M. \text{ Тогда получим } \Delta E = \frac{m(M - m)v^2}{2M}.$$

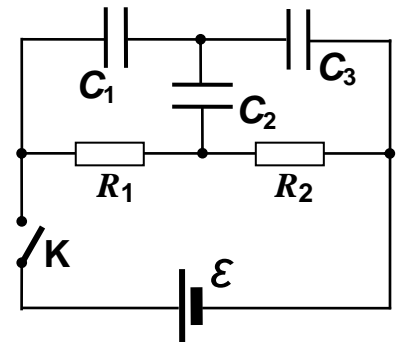
Эта энергия, отданная газу, пойдет на увеличение его внутренней энергии ΔU . Поскольку

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = 2 \cdot \frac{3}{2} R \Delta T = 3R \Delta T, \text{ то } \Delta T = \frac{m(M - m)v^2}{6MR} \approx \frac{mv^2}{6R}.$$

Задание 3.

Вопрос: Схема из конденсаторов и резисторов подключается к источнику постоянного напряжения. В каком случае после завершения переходных процессов заряды конденсаторов могут зависеть от величин сопротивлений резисторов, а в каком – нет?

Задача: Перед сборкой схемы, изображенной на рисунке, все конденсаторы были разряжены. Емкости конденсаторов равны: $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 3 \text{ мкФ}$, $C_3 = 6 \text{ мкФ}$; сопротивления резисторов $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$. ЭДС источника $\mathcal{E} = 9 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление равно $r = 1 \text{ Ом}$. Найдите установившийся заряд на конденсаторе C_2 после замыкания ключа. Какая из его пластин заряжена положительно?



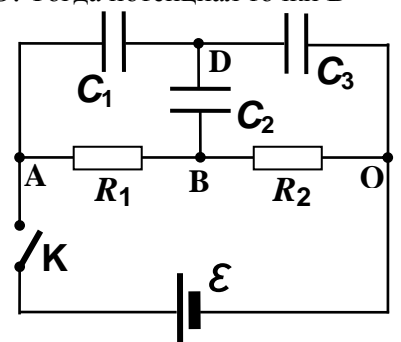
Ответ на вопрос: Заряды конденсаторов пропорциональны напряжениям на них. Эти напряжения определяются из условий баланса напряжений, в которые также входят ЭДС источника и напряжения на резисторах. Напряжения на резисторах в установившемся (стационарном) состоянии схемы отличны от нуля и зависят от сопротивлений резисторов только в том случае, когда по резисторам текут токи. Итак, заряды конденсаторов могут зависеть от величин сопротивлений резисторов после завершения переходных процессов только в том случае, если в схеме есть замкнутые контура, по которым текут токи и после установления стационарного режима. Если таких контуров нет, и в установившемся режиме токи через все резисторы отсутствуют, то напряжения не зависят от номиналов резисторов.

Решение задачи: Будем отсчитывать потенциалы в схеме от точки О. Тогда потенциал точки В

будет равен падению напряжения на сопротивлении R_2 , то есть $\varphi_B = IR_2$. Величину потенциала точки D найдем из условия, что сумма зарядов в месте соединения обкладок всех трех конденсаторов равна 0.

Заряды каждого из конденсаторов равны:

$$q_1 = C_1(\varphi_A - \varphi_D) = C_1(\mathcal{E} - Ir - \varphi_D), \quad q_2 = C_2(\varphi_B - \varphi_D), \quad q_3 = C_3\varphi_D.$$



Ток, текущий по замкнутому контуру, $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r}$. С учетом полярности записи

напряжений на конденсаторах условие сохранения заряда $-q_1 - q_2 + q_3 = 0$. Следовательно,

$$C_1 \left(-\mathcal{E} + \frac{\mathcal{E}r}{R_1 + R_2 + r} + \varphi_D \right) + C_2 \left(-\frac{\mathcal{E}R_2}{R_1 + R_2 + r} + \varphi_D \right) + C_3 \varphi_D = 0,$$

откуда $\varphi_D = \frac{\mathcal{E} [C_1(R_1 + R_2) + C_2 R_2]}{(C_1 + C_2 + C_3)(R_1 + R_2 + r)}$. Значит, $q_2 = \frac{\mathcal{E} C_2 [C_3 R_2 - C_1 R_1]}{(C_1 + C_2 + C_3)(R_1 + R_2 + r)} = \frac{15}{22} \text{ мкКл}$

(или примерно 682 нКл). Как видно, положительно заряженной оказалась нижняя обкладка конденсатора C_2 .

Задание 4.

Вопрос: Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием 25 см и тонкая рассеивающая линза, модуль фокусного расстояния которой в два раза больше, плотно прижаты друг к другу. Чему будет равно фокусное расстояние «составной» линзы?

Задача: Рассеивающая линза дает изображение предмета с увеличением $\Gamma_1 = \frac{1}{5}$. Если вплотную к ней приставить тонкую собирающую линзу, то эта система создает прямое изображение с увеличением $\Gamma_2 = \frac{1}{3}$. Определить, с каким увеличением получится изображение от одной собирающей линзы. Расстояние от линзы до предмета во всех случаях одинаково.

Ответ на вопрос: При плотном прижатии тонких линз их оптические силы складываются. У собирающей линзы $D_1 = \frac{1}{F} = 4 \text{ дптр}$, а у рассеивающей $D_2 = -\frac{1}{2F} = -2 \text{ дптр}$. Поэтому оптическая сила составной линзы $D = D_1 + D_2 = +\frac{1}{2F} = +2 \text{ дптр}$. Значит, ее фокусное расстояние $\frac{1}{D} = 2F = 50 \text{ см}$.

Решение задачи: Из формулы линзы можно получить выражение для увеличения через фокусное расстояние F , расстояние от предмета до линзы d и расстояние от линзы до изображения f : $\Gamma = -\frac{f}{d} = \frac{F}{F-d}$. Отметим, что в этом выражении увеличение дается с учетом знака – у прямого изображения увеличение считается положительным, у перевернутых – отрицательным. Тогда (заметим, что для рассеивающей линзы изображение всегда прямое, так что $\Gamma_1 > 0$): $\frac{F_1}{F_1 - d} = +\frac{1}{5} \Rightarrow F_1 = -\frac{d}{4} \Rightarrow D_1 = -\frac{4}{d}$, и для двух линз (по условию изображение прямое) $\frac{F}{F-d} = +\frac{1}{3} \Rightarrow F = -\frac{d}{2} \Rightarrow D_c = -\frac{2}{d}$ (то есть система двух линз – все-таки рассеивающая, ибо для собирающей линзы изображение бывает прямым только при $d < F$!). Соответственно $D_c = D_1 + D_2 \Rightarrow -\frac{2}{d} = -\frac{4}{d} + D_2 \Rightarrow D_2 = \frac{2}{d} \Rightarrow F_2 = \frac{d}{2}$. Таким образом, увеличение одной второй линзы $\Gamma_2 = \frac{F_2}{F_2 - d} = -1$ (то есть размер изображения равен размеру предмета, и оно перевернутое).