**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ**
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2018 года**

# БИЛЕТ № 15 (МОСКВА): возможные решения и критерии оценивания

**Критерии оценивания:**

**<u>Для вопросов</u>:**

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

**Ответ** правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

**<u>Для задач</u>:**

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны <u>все</u> необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны <u>все</u> необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

**Задание 1.**

**Вопрос:** Два тела одинаковой массы летели во взаимно-перпендикулярных направлениях с одинаковой по модулю скоростью. Произошло абсолютно неупругое столкновение. Какая часть кинетической энергии перешла в тепло?

**Задача:** Снаряд, летевший со скоростью $V = 300$ м/с, разорвался на три осколка. Два осколка имели одинаковые массы $m = 2$ кг каждый, и они полетели с одинаковой по модулю скоростью. Масса третьего осколка была в два раза больше, и он полетел вдоль линии движения снаряда до взрыва. Известно, что в результате взрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на $W = 810$ кДж. Движение всех осколков поступательное, а масса пороховых газов пренебрежимо мала. Найдите максимально возможную величину скорости третьего осколка при таких условиях.

**Ответ на вопрос**: При неупругом ударе сохраняется импульс – проекции импульса образовавшегося тела удвоенной массы ($2m$) на взаимно-перпендикулярные направления движения тел до удара равны импульсам тел ($mv$). Поэтому проекции скорости этого тела равны $\frac{v}{2}$, а модуль скорости $v' = \sqrt{\left(\frac{v}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v$. Выделившееся тепло равно убыли кинетической энергии: $Q = E_0 - E' = 2\frac{mv^2}{2} - \frac{2m(v/\sqrt{2})^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = 0{,}5 \cdot E_0$. Таким образом, в тепло перешло 50% начальной кинетической энергии.

**Решение задачи**: Из условия задачи следует, что масса снаряда равнялась $4m$, и поэтому закон сохранения импульса для процесса взрыва можно записать как $4m\vec{V} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + 2m\vec{v}_3$ (здесь $\vec{v}_{1,2,3}$ – скорости осколков, причем $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| \equiv v$). Закон сохранения энергии дает: $\frac{4mV^2}{2} + W = 2\frac{mv^2}{2} + \frac{2mv_3^2}{2}$. Как видно, возможность передать третьему осколку как можно большую долю начальной энергии ограничивается требованиями закона сохранения импульса (например, с точки зрения одного закона сохранении энергии можно подумать – как сделали некоторые участники – что максимум $v_3$ достигается при $v = 0$; однако легко убедиться, что при таком значении $v$ закон сохранения импульса не может быть выполнен). Поэтому для достижения максимума $v_3$ необходимо обеспечить передачу ему как можно большего импульса. Это достигается, если 3-й осколок полетит в направлении движения снаряда до взрыва, а 1-й и 2-й – в противоположном направлении. В этом случае из закона сохранения импульса в проекции на линию движения снаряда $4mV = -2mv + 2mv_3$ находим, что $v = v_3 - 2V$. Значит, с учетом уравнения закона сохранения энергии $V^2 + \frac{W}{2m} = \frac{(v_3 - 2V)^2}{2} + \frac{v_3^2}{2} = v_3^2 - 2Vv_3 + 2V^2 \Rightarrow (v_3 - V)^2 = \frac{W}{2m}$. Выбирая наибольший корень этого уравнения, получаем: $(v_3)_{\max} = V + \sqrt{\frac{W}{2m}} = 750$ м/с.

ОТВЕТ: $(v_3)_{\max} = V + \sqrt{\frac{W}{2m}} = 750$ м/с.

Возможный вариант решения: рассмотреть процесс взрыва в системе отсчета, связанной со снарядом перед взрывом.

**Задание 2.**

**Вопрос:** Каким образом можно добиться, чтобы вода оставалась жидкой при температуре – 5°С? Предложите один вариант, объяснив его.

**Задача:** В трехлитровую банку массой $m = 250$ г набросали доверху мокрого снега, не утрамбовывая его. Оказалось, что масса банки со снегом равна $M = 2550$ г. Если снег плотно утрамбовать, его объем станет равен $V = 2{,}5$ л. Какое количество теплоты нужно сообщить снегу, чтобы он полностью растаял? Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см$^3$; плотность ледяных кристаллов, из которых состоит сухой снег, $\rho = 0{,}9$ г/см$^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 340$ Дж/г.

**Ответ на вопрос**: При неупругом ударе сохраняется импульс – проекции импульса

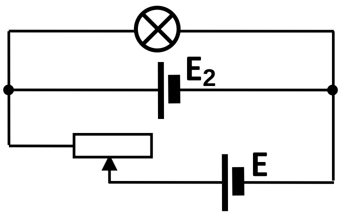
**Решение задачи**: В процессе утрамбовывания мокрого снега из него вытеснили воздух, и осталась смесь воды (массой $m_0$) и ледяных кристаллов (массой $M - m - m_0$). Поэтому $V = \frac{M - m - m_0}{\rho} + \frac{m_0}{\rho_0}$. Выражаем из этого соотношения массу воды:

$m_0 = \dfrac{\rho_0}{\rho_0 - \rho}(M - m - \rho V) = 0{,}5$ кг и массу льда $M - m - m_0 = \dfrac{\rho}{\rho_0 - \rho}(\rho_0 V - M + m) = 1{,}8$ кг. Для плавления льда потребуется количество теплоты $Q = \dfrac{\lambda\rho}{\rho_0 - \rho}(\rho_0 V - M + m) = 612$ кДж.

ОТВЕТ: $Q = \dfrac{\lambda\rho}{\rho_0 - \rho}(\rho_0 V - M + m) = 612$ кДж.

**Задание 3.**

**Вопрос:** Две лампы, имеющие одинаковую мощность $P = 4{,}5$ Вт, рассчитаны на разные напряжения: $U_1 = 3$ В и $U_2 = 6$ В. Чему равны их сопротивления в номинальном режиме?




**Задача:** Исследуя поведение лампы в цепи, изображенной на рисунке, школьник обнаружил, что яркость свечения лампы не зависит от положения движка реостата – лампа всегда работает в номинальном режиме, в котором ее мощность $P = 90$ Вт. Номинальное напряжение лампы $U = 36$ В. Внутренние сопротивления обоих источников одинаковы и равны $r = 2$ Ом. Чему равны напряжения, которые каждый из источников создает на своих клеммах при разомкнутой цепи?

**Ответ на вопрос**:

**Решение задачи**: Обозначим полное сопротивление ветви с реостатом $R$. Сопротивление лампы в номинальном режиме $R_Л = \dfrac{U^2}{P} = 14{,}4$ Ом. Ток в ветви реостатом $I_1 = \dfrac{E - U}{R}$ и ток в ветви со вторым источником $I_2 = \dfrac{E_2 - U}{r}$ в сумме дают ток через лампу $I = I_1 + I_2 = \dfrac{E - U}{R} + \dfrac{E_2 - U}{r}$, который не зависит от $R$ только в том случае, когда $E = U = 36$ В (ток через реостат не течет). Но тогда $I = \dfrac{U}{R_Л} = \dfrac{E_2 - U}{r} \Rightarrow E_2 = U + U\dfrac{r}{R_Л} = U + \dfrac{rP}{U} = 41$ В.

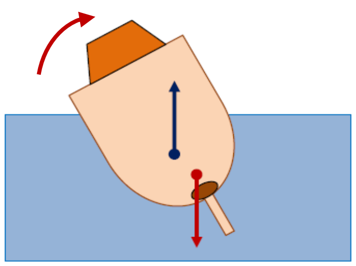
ОТВЕТ: $E = U = 36$ В, $E_2 = U + U\dfrac{r}{R_Л} = U + \dfrac{rP}{U} = 41$ В.

**Задание 4.**

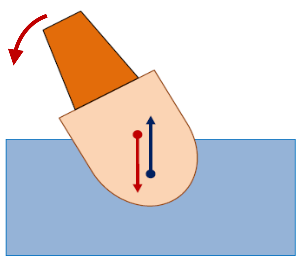
**Вопрос:** Существует «золотое правило кораблестроения», согласно которому центр плавучести (точка приложения силы Архимеда, действующей на корабль) в положении равновесия должен находиться выше центра масс корабля. Объясните смысл этого правила.

**Задача:** Стержень, имеющий форму тонкого цилиндра постоянного сечения, неоднороден. Его центр масс находится на расстоянии $x = \dfrac{1}{3}$ части его длины от одного из концов. Средняя плотность стержня равна $\rho$. Его опускают в большой сосуд с жидкостью с плотностью $\rho_0$. Глубина жидкости в сосуде заметно больше длины стержня. При каких значениях $\rho_0$ стержень после установления равновесия расположится вертикально?

**Ответ на вопрос**: Для объяснения рассмотрим два корабля: один (рисунок слева) удовлетворяет «золотому» правилу, а другой (рисунок справа) – нет. В положении равновесия

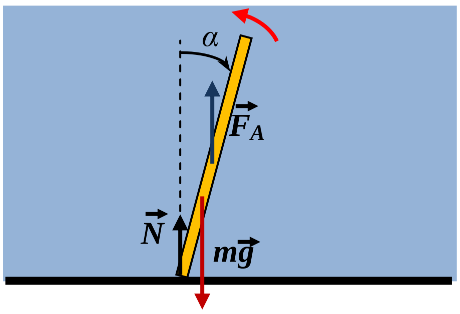


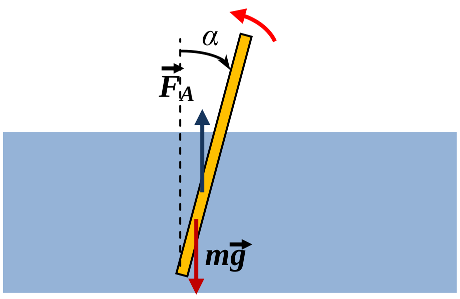
сила Архимеда равна по модулю и противоположна по направлению силе тяжести. Пусть корабль немного отклонился от вертикального положения. В первом случае, как видно из рисунка слева, момент этой пары сил возвращает корабль в вертикальное положение, а во



втором – увеличивает отклонение корабля от вертикали. Следовательно, выполнение «золотого» правила обеспечивает устойчивость равновесия корабля в вертикальном положении.

**Решение задачи**: Важно обратить внимание, что вертикальное положение стержень может занять в двух случаях: когда плотность жидкости <u>меньше</u> средней плотности стержня ($\rho_0 < \rho$), и стержень тонет и опирается на дно, и когда плотность жидкости <u>больше</u> средней плотности стержня ($\rho_0 > \rho$), и стержень плавает на поверхности. Рассмотрим сначала первый случай: вычислим сумму моментов сил, действующих на стержень, относительно точки опоры, при отклонении стержня от вертикали на небольшой угол $\alpha$. Плечо силы нормальной реакции дна $\vec{N}$ равно нулю, плечо силы Архимеда (точка приложения – середина стержня длиной $L$) $l_A = \frac{L}{2}\sin(\alpha)$, плечо силы тяжести (точка приложения – центр масс) $l_g = \frac{L}{3}\sin(\alpha)$. Кроме того, $F_A = \rho_0 LSg$, а $mg = \rho LSg$. Поэтому суммарный момент, возвращающий стержень к вертикальному положению, $M = +F_A l_A - mgl_g = \left(\frac{\rho_0}{2} - \frac{\rho}{3}\right)L^2 Sg\sin(\alpha)$. Поэтому $M > 0$ при $\rho_0 > \frac{2}{3}\rho$, и стержень будет устойчив в вертикальном положении при $\frac{2}{3}\rho < \rho_0 < \rho$. Рассмотрим теперь второй случай. В этом случае в вертикальном положении равновесия $F_A = \rho_0 L'Sg = mg = \rho LSg$, откуда следует, что длина погруженной части $L' = \rho L/\rho_0$. Теперь плечо силы Архимеда относительно нижнего конца стержня $l_A = \frac{L'}{2}\sin(\alpha)$, и суммарный момент $M = \left(\frac{\rho}{2\rho_0} - \frac{1}{3}\right)\rho L^2 Sg\sin(\alpha) > 0$ при $\rho_0 < \frac{3}{2}\rho$. Значит, вертикальный стержень устойчив и при $\rho < \rho_0 < \frac{3}{2}\rho$. Нетрудно понять, что устойчивость сохранится и при $\rho_0 = \rho$ (стержень целиком погружен в воду, но не опирается на дно). Объединяя все случаи, находим: стержень займет вертикальное положение при $\frac{2}{3}\rho < \rho_0 < \frac{3}{2}\rho$.




ОТВЕТ: при $\frac{2}{3}\rho < \rho_0 < \frac{3}{2}\rho$.

**МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ**