ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2018 года

БИЛЕТ № 14 (ЖЕЛЕЗНОВОДСК): возможные решения и критерии оценивания

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Два шарика одинаковой массы, летевшие навстречу друг другу вдоль одной прямой со скоростями 1 м/с и 2м/с, столкнулись. Произошел абсолютно упругий удар. Какими стали скорости шаров?

Задача: Снаряд массы $m = 6$ кг, летевший вертикально, взорвался в верхней точке траектории. При этом образовались два осколка, полетевшие поступательно. Известно, что в результате взрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на $W = 480$ кДж, а масса образовавшихся пороховых газов пренебрежимо мала. Относительная скорость разлета осколков сразу после взрыва оказалась на 25% больше минимально возможной. Найдите эту скорость. Каким было отношение масс осколков?

Ответ на вопрос: При абсолютно упругом ударе сохраняются импульс и энергия. Так как массы тел одинаковы, то это означает, что сумма проекций скоростей тел на линию движения и сумма их квадратов остаются неизменными. Поскольку при лобовом ударе шаров скорости не могут остаться прежними, то, как нетрудно догадаться, должен произойти «обмен скоростями»: в результате удара каждый шарик разворачивается, и после удара движется в точности со скоростью другого до удара. Итак, шарики поменяют направление движения, и при этом тот шарик, что двигался со скоростью 1 м/с, будет двигаться со скоростью 2 м/с, и наоборот.

Решение задачи: В верхней точке траектории снаряд, летевший вертикально, останавливается. Поэтому скорость снаряда перед взрывом равна нулю. Поэтому, по закону сохранения импульса, сумма импульсов осколков сразу после взрыва равна нулю. Это означает, что они полетели вдоль одной прямой. Обозначим отношение масс осколков $m_1 : m_2 \equiv z$, причем будем считать «первым» более тяжелый осколок (то есть $z \ge 1$). Из условия задачи следует, что $m_1 + m_2 = m$, и поэтому $m_1 = \frac{z}{z+1}m$ и $m_2 = \frac{1}{z+1}m$. Запишем законы сохранения импульса и энергии в процессе взрыва как уравнения для величин скоростей:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{z}{z+1}mv_1 = \frac{1}{z+1}mv_2 \\ &W = \frac{z}{z+1}\frac{mv_1^2}{2} + \frac{1}{z+1}\frac{mv_2^2}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} &v_1 = \frac{1}{\sqrt{z}}\sqrt{\frac{2W}{m}} \\ &v_2 = \sqrt{z}\sqrt{\frac{2W}{m}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_{отн} = v_1 + v_2 = \left(\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{z}}\right)\sqrt{\frac{2W}{m}}.$$

Как видно, величина относительной скорости осколков при заданных W и m зависит только от отношения масс осколков. Поэтому ясно, что «минимальное» значение этой величины нужно выбирать как минимум при всевозможных изменениях z. Минимальное возможное значение величины $\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{z}}$ достигается при $z = 1$ и равно 2. Поэтому, согласно условию, $v_{отн} = \frac{5}{4}v_{\min} = \frac{5}{4}2\sqrt{\frac{2W}{m}} = 5\sqrt{\frac{W}{2m}} = 1000$ м/с. Кроме того, ясно, что $\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{z}} = \frac{5}{2}$. Решая это уравнение относительно $\sqrt{z}$, находим: $\sqrt{z} = 2 \Rightarrow z = 4$.

ОТВЕТ: $v_{отн} = 5\sqrt{\frac{W}{2m}} = 1000$ м/с, $\frac{m_1}{m_2} = 4$.

Задание 2.

Вопрос: В сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар, который сжимают, поддерживая температуру неизменной. Что при этом происходит с давлением пара? Ответ обосновать.

Задача: В теплоизолирующем цилиндрическом сосуде под скользящем без трения поршнем находились в равновесии $m_1 = 200$ г льда и $m_2 = 800$ г воды при нормальном атмосферном давлении. В него закачивают насыщенный водяной пар под таким же давлением. Какую массу пара нужно закачать, чтобы температура содержимого увеличилась до $t = 50°C$? Удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 340$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К, удельная теплота парообразования воды $r = 2480$ кДж/кг.

Ответ на вопрос: Насыщенный пар – это пар, находящийся в равновесии с жидкостью. Плотность и давление такого пара зависят только от температуры, поэтому при неизменной температуре и давление насыщенного пара остается неизменным, несмотря на сжатие. В ходе сжатия количество пара (его масса) уменьшается пропорционально объему – происходит конденсация пара с образованием жидкой воды.

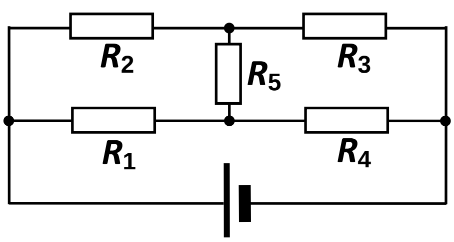
Решение задачи: Поскольку в начальном состоянии вода и лед находились в равновесии при нормальном атмосферном давлении, то начальная температура содержимого сосуда равнялась $t_0 = 0°C$. Температура насыщенного пара, давление которого равно нормальному атмосферному, равна температуре кипения воды при таком давлении, то есть $t_1 = 100°C$. При попадании в сосуд с боле низкой температурой пар сразу начинает конденсироваться, и за счет теплоты конденсации и теплоты остывания образовавшейся воды тает лед и нагревается холодная вода. Значит, необходимая масса пара должна обеспечить таяние всего льда и нагрев всей воды (и той, что была изначально, и образовавшейся в результате таяния льда) от $t_0 = 0°C$ до $t = 50°C$. Составим уравнение теплового баланса: $m \cdot r + m \cdot c(t_1 - t) = \lambda \cdot m_1 + (m_1 + m_2)c(t - t_0)$ и выразим из него массу пара: $m = \dfrac{\lambda \cdot m_1 + (m_1 + m_2)c(t - t_0)}{r + c(t_1 - t)} \approx 88$г.

ОТВЕТ: $m = \dfrac{\lambda \cdot m_1 + (m_1 + m_2)c(t - t_0)}{r + c(t_1 - t)} \approx 88$г.

Задание 3.

Вопрос: У двух последовательно соединенных резисторов $R_2 / R_1 = 4$. Во сколько раз отличаются мощности тепловых потерь в этих резисторах?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, сопротивления двух резисторов одинаковы $R_2 = R_4 \equiv R$, а у остальных – отличаются: $R_1 = 7R$, $R_3 = 3R$, а $R_5 = 5R$. Во сколько раз мощность тепловых потерь в резисторе R_3 больше, чем в резисторе R_1?



Ответ на вопрос: Ток в последовательно соединенных резисторах одинаков. Согласно закону Джоуля-Ленца, мощность тепловых потерь в резисторе $P = I^2 R$. Поэтому отношение этих мощностей для двух последовательно соединенных резисторов равно отношению их сопротивлений, то есть $P_2 / P_1 = 4$.

Решение задачи: Занумеруем токи, текущие в каждом из резисторов, теми же номерами, что и резисторы: I_1, I_2 и т.д. Напряжение, создаваемое источником на концах участка с сопротивлениями, можно записать двумя способами: $U = RI_2 + 3RI_3 = 7RI_1 + RI_4$. Из этого соотношения находим, что $I_2 + 3I_3 = 7I_1 + I_4$. Также двумя способами можно вычислить и ток в ветви с источником: $I = I_1 + I_2 = I_3 + I_4$. Вычтем почленно это равенство из предыдущего, и получим уравнение связи I_3 и I_1: как видно, $3I_3 - I_1 = 7I_1 - I_3 \Rightarrow I_3 = 2I_1$. Следовательно, $\dfrac{P_3}{P_1} = \dfrac{I_3^2 R_3}{I_1^2 R_1} = \dfrac{4 \cdot 3}{7} = \dfrac{12}{7}$. Итак, P_3 больше P_1 в $\dfrac{12}{7}$ раза.

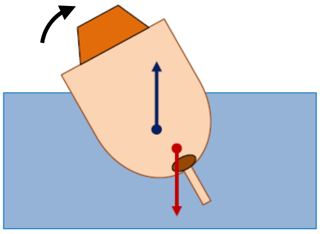
ОТВЕТ: P_3 больше P_1 в $\dfrac{12}{7}$ раза.

Задание 4.

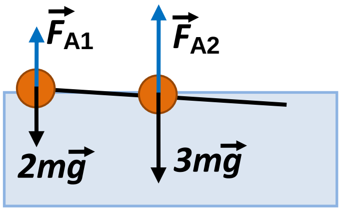
Вопрос: При каких условиях тело может устойчиво плавать на поверхности воды? Ответ объяснить.

Задача: На тонком металлическом стержне закреплены два деревянных шарика, масса каждого из которых в $k = 2$ раза больше массы стержня. Центр первого шара совпадает с серединой стержня, а центр второго – с одном из концов стержня. Эту конструкцию поместили в воду. Для обоих шаров найдите отношение объема погруженной части к объему шара (в процентах). Плотность дерева в $n = 2{,}5$ раза меньше плотности воды.

Ответ на вопрос: Для плавания необходимо, чтобы сила Архимеда уравновешивала силу тяжести даже при неполном погружении тела. Таким образом, <u>первое требование</u> состоит в том, что средняя плотность тела должна быть меньше плотности воды. Но не всегда плавание тела устойчиво – в некоторых положениях при малых отклонениях от положения равновесия возникающие некомпенсированные силы могут еще больше уводить тело от этого положения. Значит, для устойчивого плавания в одном положении необходимо также выполнение <u>второго требования</u>: момент пары сил (силы тяжести и силы Архимеда) при малом отклонении тела от положения равновесия должен возвращать тело обратно в это положение. Этому требованию можно придать и другую форму: как видно из рисунка, оно означает, что точка приложения силы тяжести для плавающего тела (то есть его центр масс) должен находиться ниже точки приложения силы Архимеда (эту точку часто называют центром плавучести).



Решение задачи: Обозначим искомые величины x (доля объема погруженной части для «крайнего» шара) и y (для «среднего» шара). Пусть масса стержня равна m (это значит, что массы шаров равны $km = \rho \cdot V$, где ρ – плотность дерева, а V – объем одного шара). Сумма сил Архимеда, действующих на шары, должна уравновешивать вес всех тел: $n\rho(xV + yV)g = (2k+1)mg = \dfrac{2k+1}{k}\rho V$.



Из этого соотношения определяем, что $x + y = \dfrac{2k+1}{kn} = 1$. Кроме того, должна равняться нулю сумма моментов сил, приложенных к стержню. Как видно из рисунка, это возможно только в том случае, когда отношение сил Архимеда равно отношению сил тяжести, с которыми у них совпадает точка приложения: $\dfrac{n\rho \cdot xVg}{n\rho \cdot yVg} = \dfrac{kmg}{(k+1)mg}$, откуда $\dfrac{x}{y} = \dfrac{k}{k+1} = \dfrac{2}{3}$. Решая полученную систему уравнений, находим: $x = \dfrac{1}{n} = 0{,}4 = 40\%$ и $y = \dfrac{k+1}{kn} = 0{,}6 = 60\%$.

ОТВЕТ: для крайнего шара $x = \dfrac{1}{n} = 40\%$, а для среднего $y = \dfrac{k+1}{kn} = 60\%$.

МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ