ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2018 года

БИЛЕТ № 18 (УФА): возможные решения и критерии оценивания

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: На покоящийся шарик массы 1 г налетает со скоростью 2 м/с куб массой 10 кг. Скорость куба перпендикулярна грани, которой он наносит удар по шарику. С какой примерно скоростью будет двигаться шарик после удара?

Задача: Снаряд массы $m = 8$ кг, летевший вертикально, взорвался в верхней точке траектории. При этом образовались два осколка, полетевшие поступательно. Известно, что в результате взрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на $W = 360$ кДж, а масса образовавшихся пороховых газов пренебрежимо мала. Относительная скорость разлета осколков сразу после взрыва оказалась в 5/3 раза больше минимально возможной. Найдите эту скорость. Каким было отношение масс осколков?

Ответ на вопрос: Рассмотрим процесс в системе отсчета, связанной с кубом. В ней очень тяжелый куб покоится, а легкий шарик налетает на него со скоростью 2 м/с. Изменение импульсов тел при ударе одинаково по величине, но кинетическая энергия куба при этом будет значительно меньше кинетической энергии шарика. Если удар будет упругим, то следует считать, что кинетическая энергия шарика почти не изменяется, и шарик после отражения от куба будет двигаться в противоположную сторону примерно с той же скоростью – около 2 м/с относительно куба. Значит, относительно исходной системы отсчета он будет двигаться со скоростью около 4 м/с. При неупругом ударе часть энергии теряется, и скорость движения шарика после удара будет меньше, но не меньше скорости куба (около 2 м/с) – равенство скоростей тел после удара отвечает абсолютно неупругому удару.

Решение задачи: В верхней точке траектории снаряд, летевший вертикально, останавливается. Поэтому скорость снаряда перед взрывом равна нулю. Поэтому, по закону сохранения импульса, сумма импульсов осколков сразу после взрыва равна нулю. Это означает, что они полетели вдоль одной прямой. Обозначим отношение масс осколков $m_1 : m_2 \equiv z$, причем будем считать «первым» более тяжелый осколок (то есть $z \geq 1$). Из условия задачи следует, что $m_1 + m_2 = m$, и поэтому $m_1 = \dfrac{z}{z+1}m$ и $m_2 = \dfrac{1}{z+1}m$. Запишем законы сохранения импульса и энергии в процессе взрыва как уравнения для величин скоростей:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{z}{z+1}mv_1 = \frac{1}{z+1}mv_2 \\ &W = \frac{z}{z+1}\frac{mv_1^2}{2} + \frac{1}{z+1}\frac{mv_2^2}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} &v_1 = \frac{1}{\sqrt{z}}\sqrt{\frac{2W}{m}} \\ &v_2 = \sqrt{z}\sqrt{\frac{2W}{m}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_{отн} = v_1 + v_2 = \left(\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{z}}\right)\sqrt{\frac{2W}{m}}.$$

Как видно, величина относительной скорости осколков при заданных W и m зависит только от отношения масс осколков. Поэтому ясно, что «минимальное» значение этой величины нужно выбирать как минимум при всевозможных изменениях z. Минимальное возможное значение величины $\sqrt{z} + \dfrac{1}{\sqrt{z}}$ достигается при $z = 1$ и равно 2. Поэтому, согласно условию, $v_{отн} = \dfrac{5}{3}v_{\min} = \dfrac{5}{3}2\sqrt{\dfrac{2W}{m}} = \dfrac{10}{3}\sqrt{\dfrac{W}{2m}} = 500$ м/с. Кроме того, ясно, что $\sqrt{z} + \dfrac{1}{\sqrt{z}} = \dfrac{10}{3}$. Решая это уравнение относительно $\sqrt{z}$, находим: $\sqrt{z} = 3 \Rightarrow z = 9$.

ОТВЕТ: $v_{отн} = \dfrac{10}{3}\sqrt{\dfrac{W}{2m}} = 500$ м/с, $\dfrac{m_1}{m_2} = 9$.

Задание 2.

Вопрос: В сосуде находились 2 л насыщенного водяного пара. Сосуд сжали при неизменной температуре 100°С так, что объем уменьшился вдвое. Какое количество тепла отвели при этом от содержимого сосуда? Используйте необходимые данные из задачи.

Задача: При соблюдении необходимых предосторожностей воду под давлением 1 атм можно нагреть до температуры $t_1 = 103°C$. В $V = 2$ л такой воды, находящейся в теплоизолирующем сосуде, «случайно» (например, под действием космического излучения) появившейся неоднородности образовался микроскопический пузырек водяного пара. Найти объем водяного пара после установления равновесия (давление на поверхность воды поддерживается неизменным). Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К, удельная теплота парообразования воды $r = 2480$ кДж/кг, плотность насыщенного водяного пара при $t_0 = 100°C$ равна $\rho_0 \approx 0{,}58$ кг/м^3, плотность воды считать равной $\rho \approx 1000$ кг/м^3.

Ответ на вопрос: При сжатии насыщенного водяного пара без изменения температуры его плотность не изменяется (она зависит только от температуры). Поэтому при сжатии конденсировался 1 л насыщенного пара, то есть (согласно данным задачи) 0,58 г пара. При этом от сосуда необходимо отводить теплоту конденсации, то есть $Q = 2{,}48 \cdot 10^3 \cdot 0{,}58 \cdot 10^{-3} \approx 1{,}44$ кДж.

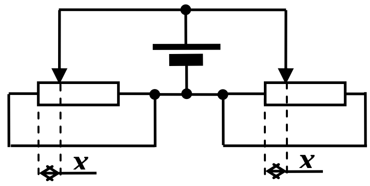
Решение задачи: Жидкость, описанную в условии, называют «перегретой» – в устойчивом состоянии при нормальном атмосферном давлении вода не может имеет температуру выше $t_0 = 100°C$. То есть это состояние неустойчивое и при любом возмущении вода будет остывать до температуры t_0, а за счет выделяющегося тепла будет происходить парообразование. Уравнение теплового баланса $c\rho V(t_1 - t_0) = r\Delta m$ позволяет найти массу образовавшегося пара: $\Delta m = \dfrac{c\rho V(t_1 - t_0)}{r} \approx 10$ г. С учетом известной плотности пара находим его объем: $V_n = \dfrac{\Delta m}{\rho_0} = \dfrac{c\rho V(t_1 - t_0)}{\rho_0 r} \approx 17{,}5$ л.

ОТВЕТ: $V_n = \dfrac{c\rho V(t_1 - t_0)}{\rho_0 r} \approx 17{,}5$ л.

Задание 3.

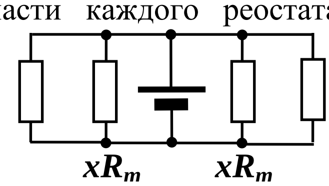
Вопрос: Напряжение на клеммах аккумулятора при разомкнутой цепи равно 36В, а если через аккумулятор течет ток 2А, то оно уменьшается до 32В. Чему равно внутреннее сопротивление акуумулятора?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, оба реостата одинаковы: их максимальное сопротивление $R_m = 36$ Ом, длина $L = 24$ см. Положение движков тоже одинаково: они поставлены в $x = 8$ см от крайних левых положений. Найти ток в ветви с источником, напряжение на которой $U = 20$ В.



Ответ на вопрос: Уменьшение напряжения на клеммах источника при протекании тока (36В – 32В = 4В) соответствует напряжению на внутреннем сопротивлении источника при токе 2А. Значит, это сопротивление равно 2 Ом.

Решение задачи: Нетрудно заметить, что в схеме обе части каждого реостата подключены к источнику параллельно друг другу. Значит, каждый реостат эквивалентен одному резистору с сопротивлением $R = \dfrac{xR_m \cdot (L-x)R_m}{L[xR_m + (L-x)]R_m} = \dfrac{x(L-x)}{L^2} R_m = 8$ Ом.



Суммарный ток через обе части одного реостата $I_1 = \dfrac{U}{R} = \dfrac{L^2}{x(L-x)} \dfrac{U}{R_m} = 2{,}5$ А. Такой же ток течет и через обе части второго реостата, поэтому полный ток в ветви с источником $I = 2I_1 = \dfrac{2L^2}{x(L-x)} \dfrac{U}{R_m} = 5$ А.

ОТВЕТ: $I = \dfrac{2L^2}{x(L-x)} \dfrac{U}{R_m} = 5$ А.

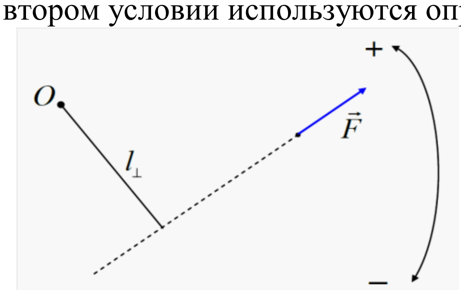
Задание 4.

Вопрос: Сформулируйте условия равновесия твердого тела.

Задача: Стержень, имеющий форму тонкого цилиндра постоянного сечения, неоднороден. Его центр масс находится на расстоянии $x = \dfrac{1}{4}$ части его длины от одного из концов. Средняя плотность стержня равна ρ. Его опускают в большой сосуд с жидкостью с плотностью ρ_0. Глубина жидкости в сосуде заметно больше длины стержня. При каких значениях ρ_0 стержень после установления равновесия расположится вертикально?

Ответ на вопрос: Необходимыми условиями нахождения твердого тела в равновесии являются: (1) равенство нулю векторной сумм внешних сил, приложенных к телу; (2)

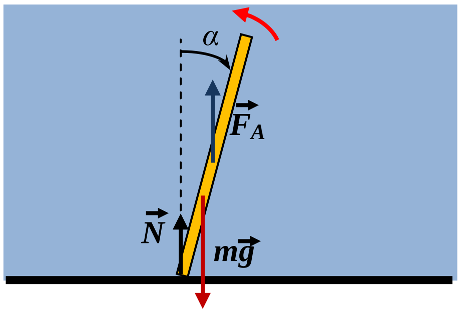
равенство нулю алгебраической суммы моментов внешних сил, приложенных к телу. Во втором условии используются определения:



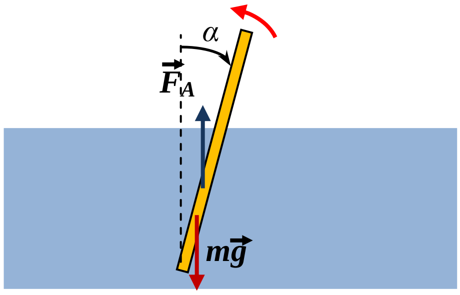
Плечо силы $l_{\perp}$ – расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Момент силы – произведение величины силы на ее плечо, взятое со знаком + (-), если сила вращает тело вокруг оси в положительном (отрицательном) направлении: $M = \pm|\vec{F}|\cdot l_{\perp}$

Решение задачи: Важно обратить внимание, что вертикальное положение стержень может занять в двух случаях: когда плотность жидкости <u>меньше</u> средней плотности стержня ($\rho_0 < \rho$), и стержень тонет и опирается на дно, и когда плотность жидкости <u>больше</u> средней плотности стержня ($\rho_0 > \rho$), и стержень плавает на поверхности. Рассмотрим сначала первый случай: вычислим сумму моментов сил, действующих на стержень, относительно точки опоры, при отклонении стержня от вертикали на небольшой угол α. Плечо силы нормальной реакции дна $\vec{N}$ равно нулю, плечо силы Архимеда (точка приложения – середина стержня длиной L) $l_A = \dfrac{L}{2}\sin(\alpha)$, плечо силы тяжести (точка приложения – центр масс) $l_g = \dfrac{L}{4}\sin(\alpha)$. Кроме того, $F_A = \rho_0 LSg$, а



$mg = \rho LSg$. Поэтому суммарный момент, возвращающий стержень к вертикальному положению, $M = +F_A l_A - mgl_g = \left(\dfrac{\rho_0}{2} - \dfrac{\rho}{4}\right)L^2 Sg\sin(\alpha)$. Поэтому $M > 0$ при $\rho_0 > \dfrac{1}{2}\rho$, и стержень будет устойчив в вертикальном положении при $\dfrac{\rho}{2} < \rho_0 < \rho$. Рассмотрим теперь второй случай. В этом случае в вертикальном положении равновесия $F_A = \rho_0 L'Sg = mg = \rho LSg$, откуда следует, что длина погруженной части $L' = \rho L/\rho_0$. Теперь плечо силы Архимеда относительно нижнего конца стержня $l_A = \dfrac{L'}{2}\sin(\alpha)$, и суммарный момент $M = \left(\dfrac{\rho}{2\rho_0} - \dfrac{1}{4}\right)\rho L^2 Sg\sin(\alpha) > 0$ при $\rho_0 < 2\rho$.



Значит, вертикальный стержень устойчив и при $\rho < \rho_0 < 2\rho$. Нетрудно понять, что устойчивость сохранится и при $\rho_0 = \rho$ (стержень целиком погружен в воду, но не опирается на дно). Объединяя все случаи, находим: стержень займет вертикальное положение при $\dfrac{\rho}{2} < \rho_0 < 2\rho$.

ОТВЕТ: при $\dfrac{\rho}{2} < \rho_0 < 2\rho$.

МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ