

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы горы»

Задания для 5-6 классов

Вариант 1b (Железноводск)

1. В школьном буфете пирожок и бутерброд вместе стоят столько же, сколько стоят 7 стаканов чая. А пирожок стоит на 40% меньше, чем бутерброд и стакан чая. Во сколько раз пирожок дороже стакана чая?

Ответ: в 3 раза.

2. В кружок робототехники берут только тех, кто знает математику, физику или программирование. Известно, что 8 членов кружка знают физику, 7 – математику, 11 – программирование. При этом известно, что не менее двоих знают одновременно физику и математику, не менее троих – математику и программирование, и не менее четырех – физику и программирование. Какое наибольшее количество участников кружка может быть при этих условиях?

Ответ 19.

3. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 111-м месте?

Ответ: 23000.

4. Тринадцать миллионеров приехали на экономический форум и поселились в отеле «Super Luxury+». В отеле есть номера 3 различных типов: 6-звездочные, 7-звездочные, и 8-звездочные. Надо расселить миллионеров, причем так, чтобы использовать все три типа номеров (т.е. хотя бы одного человека поселить в 6-звездочный номер, хотя бы одного в 7-звездочный и хотя бы одного в 8-звездочный). При этом нельзя более богатого миллионера селить в номер с меньшим количеством звездочек, чем у менее богатого.

Сколькими способами их можно расселить (состояния у всех миллионеров попарно разные)?

Ответ: $C_{12}^2=66$.

5. На прямой расположены 15 точек A_1, \dots, A_{15} , идущие с промежутками 1см. Петя строит окружности по следующим правилам:

а) Окружности не пересекаются и не касаются.

б) Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек A_1, \dots, A_{15} .

с) Ни одна из этих точек не лежит на окружности

d) Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т.е. например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Петя сможет построить по этим правилам?

Ответ: 29.

Вариант 2b (Саратов)

1. Тетрадь и линейка (в сумме) стоят в 8 раз больше, чем один карандаш? При этом тетрадь стоит на 25% больше, чем линейка и карандаш. Во сколько раз тетрадь дороже карандаша?

Ответ 5.

2. В музыкальном кружке каждый из участников умеет играть по крайней мере на одном музыкальном инструменте. 8 человек играют на фортепиано, 9 на саксофоне и 11 – на гитаре? Известно, что по крайней мере три человека играют на фортепиано и на гитаре, по крайней мере четверо – на гитаре и саксофоне и по крайней мере один человек – на фортепиано и саксофоне. Какое наибольшее количество участников может быть в кружке при этих условиях?

Ответ 22.

3. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 121-м месте?

Ответ: 32000.

4. У Феоктиста Аристарховича есть 14 китайских ваз династии Цин, причем никакие две не были сделаны в один год. Вазы надо распределить по трем полкам, причем на каждую полку надо поставить хотя бы одну вазу и нельзя более древнюю вазу ставить ниже, чем менее древнюю. Найдите количество таких способов расстановки, если порядок ваз на одной полке не учитывается.

Ответ: 78.

5. На прямой расположены 14 точек A_1, \dots, A_{14} , идущие с промежутками 1 см. Коля строит окружности по следующим правилам:

- a) Окружности не пересекаются и не касаются.
- b) Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек A_1, \dots, A_{14} .
- c) Ни одна из этих точек не лежит на окружности
- d) Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т.е. например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Коля сможет построить по этим правилам?

Ответ: 27.

Вариант 3b (Москва)

1. Манго и апельсин в сумме стоят столько же, сколько 12 яблок. При этом манго стоит на 80% дороже чем апельсин и яблоко. Во сколько раз манго дороже яблока?

Ответ: 9.

2. Каждый работник на стройке владеет по крайней мере одной строительной специальностью. 10 человек владеют специальностью каменщика, 9 – специальностью маляра, 8 – специальностью штукатура. Известно, что по крайней мере четверо владеют специальностями каменщика и штукатура одновременно, по крайней мере пятеро – специальностями каменщика и маляра и по крайней мере трое – маляра и штукатура? Какое наибольшее количество работников может быть на стройке при этих условиях?

Ответ 18.

3. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 122-м месте?

Ответ: 40001.

4. Школьный тренер решил наградить 12 школьников, которые пробежали дистанцию за лучшее время. Каждого из них надо наградить «золотой», «серебряной» или «бронзовой» медалью. Надо использовать все три типа медалей, причем того, кто пришел к финишу раньше нельзя награждать менее ценной медалью, чем того, кто пришел позже.

Сколькими способами тренер может распределить медали (время у всех бегунов разное)?

Ответ: $C_{11}^2 = 55$.

5. На прямой расположены 16 точек A_1, \dots, A_{16} , идущие с промежутками 1см. Миша строит окружности по следующим правилам:

- a) Окружности не пересекаются и не касаются.
- b) Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек A_1, \dots, A_{16} .
- c) Ни одна из этих точек не лежит на окружности
- d) Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т.е. например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Миша сможет построить по этим правилам?

Ответ: 31.