

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы горы»

Задания для 7-8 классов

Вариант 1а (Кемерово)

1. В кружок робототехники берут только тех, кто знает математику, физику или программирование. Известно, что 8 членов кружка знают физику, 7 – математику, 11 – программирование. При этом известно, что не менее двоих знают одновременно физику и математику, не менее троих – математику и программирование, и не менее четырех – физику и программирование. Какое наибольшее количество участников кружка может быть при этих условиях?

Ответ 19.

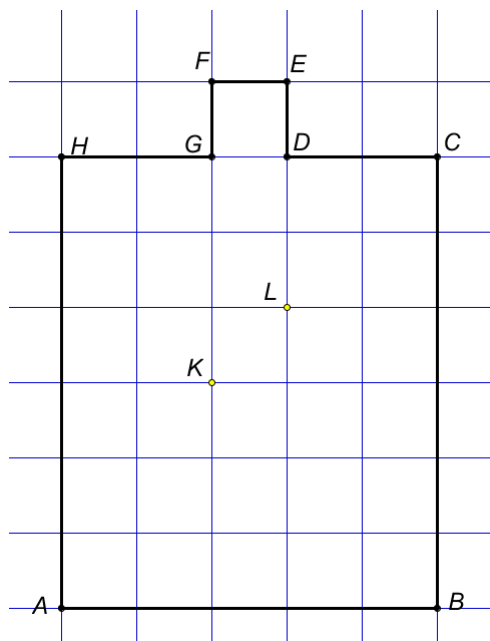
2. Из последовательности натуральных чисел $1, 2, 3, \dots$ удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2018 месте среди оставшихся?

Ответ: 2063.

3. Назовем натуральное число «примечательным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму примечательных чисел, не превосходящих 950.

Ответ: 24102.

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см. рис.). Назовем *прямоугольной* ломаную проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в см.



5. Назовем число X «20-подпирающим», если для любых 20 действительных чисел a_1, \dots, a_{20} , сумма которых является целым числом, найдется хотя бы одно, для которого $\left|a_i - \frac{1}{2}\right| \geq X$.

В ответе укажите наибольшее 20-подпирающее X , округленное до тысячных по стандартным математическим правилам.

Ответ $\frac{1}{40} = 0.025$.

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n}, \text{ при } n \geq 1. \text{ Найдите } a_{100}.$$

Ответ: 5050.

Вариант 2а (Уфа)

1. В музыкальном кружке каждый из участников умеет играть по крайней мере на одном музыкальном инструменте. 8 человек играют на фортепиано, 9 на саксофоне и 11 – на гитаре? Известно, что по крайней мере три человека играют на фортепиано и на гитаре, по крайней мере четверо – на гитаре и саксофоне и по крайней мере один человек – на фортепиано и саксофоне. Какое наибольшее количество участников может быть в кружке при этих условиях?

Ответ 22.

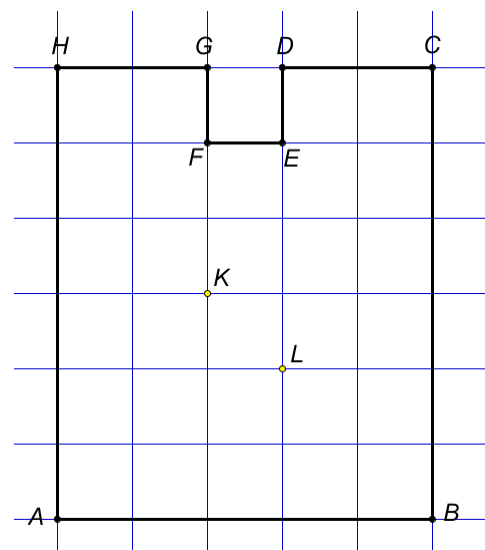
2. Из последовательности натуральных чисел $1, 2, 3, \dots$ удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2000 месте среди оставшихся?

Ответ: 2045.

3. Назовем натуральное число «*занимательным*», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму занимательных чисел, не превосходящих 980.

Ответ: 26991.

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см.рис.). Назовем *прямоугольной* ломаную проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в см.



Ответ: 40.

5. Назовем число X «25-подпирающим», если для любых 25 действительных чисел a_1, \dots, a_{25} , сумма которых является целым числом, найдется хотя бы одно, для которого $\left|a_i - \frac{1}{2}\right| \geq X$.

В ответе укажите наибольшее 25-подпирающее X , округленное до сотых по стандартным математическим правилам.

Ответ $\frac{1}{50} = 0.02$.

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n}, \text{ при } n \geq 1. \text{ Найдите } a_{200}.$$

Ответ: 20100.

Вариант 3а (Челябинск)

1. Каждый работник на стройке владеет по крайней мере одной строительной специальностью. 10 человек владеют специальностью каменщика, 9 – специальностью маляра, 8 – специальностью штукатура. Известно, что по крайней мере четверо владеют специальностями каменщика и штукатура одновременно, по крайней мере пятеро – специальностями каменщика и маляра и по крайней мере трое – маляра и штукатура? Какое наибольшее количество работников может быть на стройке при этих условиях?

Ответ 18.

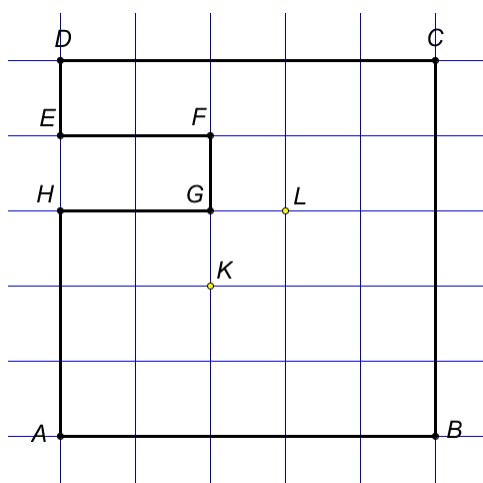
2. Из последовательности натуральных чисел 1,2,3,... удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2600 месте среди оставшихся?

Ответ: 2651.

3. Назовем натуральное число «удивительным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму удивительных чисел, не превосходящих 999.

Ответ : 27972.

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см.рис.). Назовем *прямоугольной* ломаную проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в см.



5. Назовем число X «50-подпирающим», если для любых 50 действительных чисел a_1, \dots, a_{50} , сумма которых является целым числом, найдется хотя бы одно, для которого $\left|a_i - \frac{1}{2}\right| \geq X$.

В ответе укажите наибольшее 50-подпирающее X , округленное до сотых по стандартным математическим правилам.

Ответ $\frac{1}{100} = 0.01$.

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n}, \text{ при } n \geq 1. \text{ Найдите } a_{999}.$$

Ответ: 499500.