

1. Капитан Джек-Воробей нашел пещеру с пиратским кладом. В ней стоит 6 сундуков, причем клад есть только в одном из них, а в остальных сундуках живут ядовитые змеи, готовые наброситься на каждого, кто потревожит их покой.

На первом сундуке написано «Клад в третьем сундуке».

На втором «Клад во мне или в первом сундуке».

На третьем «Во мне клада нет».

На четвертом «Клад лежит в сундуке с нечетным номером».

На пятом «Во втором и шестом сундуке клада нет».

На шестом «В четвертом сундуке клада нет».

Помогите Джеку найти клад, если известно, что ровно половина надписей – истинна. В ответе укажите номер сундука с кладом.

**ОТВЕТ: 2.**

**Решение:** Составим таблицу размера 6х6. В i-й строке и j-м столбце поставим крестик, если i-е утверждение верно, когда клад лежит в j-м сундуке:

	1	2	3	4	5	6
1			X			
2	X	X				
3	X	X		X	X	X
4	X		X		X	
5	X		X	X	X	
6	X	X	X		X	X

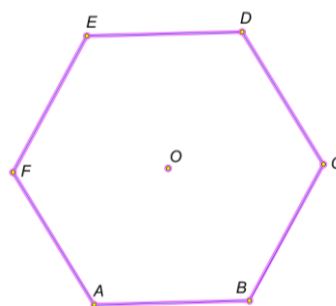
По условию задачи подходит тот столбец, в котором ровно 3 крестика – т.е. второй.

2. Найдите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 2017. В ответе укажите первую слева цифру, умноженную на количество цифр.

**ОТВЕТ: 225.**

**Решение:** Чтобы число было наименьшим, количество цифр в нем должно быть как можно меньше, т.е. сами цифры надо брать как можно больше. Разделим 2017 на 9 с остатком:  $2017 = 224 \cdot 9 + 1$ . Значит наименьшим будет число 199...9 (224 девяток).

3.  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник, точка  $O$  – его центр. Сколько различных равнобедренных треугольников с вершинами в указанных семи точках можно построить? Треугольники, отличающиеся только порядком вершин, считаются за



один треугольник (например,  $AOB$  и  $BOA$ ).

**ОТВЕТ: 20.**

**Решение:** Рассмотрим сначала треугольники, не содержащие точки  $O$ . Это два правильных треугольника и 6 треугольников с углом  $120^\circ$ . С вершиной  $O$  есть 6 правильных треугольников и 6 треугольников с углом  $120^\circ$ .

4. Сумма 1928 натуральных чисел равна 2016, а произведение - 1001. Найдите эти числа. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего из этих чисел.

**ОТВЕТ: 78.**

**Решение:**  $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ , следовательно возможны варианты:

- а) 7, 11, 13 и 1925 единиц
- б) два числа (7 и 143, или 11 и 91 или 13 и 77) и 1926 единиц
- в) 1001 и 1927 единиц.

а) и в) не подходят, так как в сумме указанные числа не дают 2016, а в случае б) сумма двух чисел должна быть 90, т.е. это 13 и 77.

5. Коля купил 14 карандашей и 3 ластика за 107 рублей. Цена карандаша отличается от цены ластика не более, чем на 5 рублей, причем оба предмета стоят целое число рублей. Петя купил 1 ластик и 1 карандаш, сколько он заплатил?

**ОТВЕТ: 10.**

**Решение:** Обозначим  $x$  – цена карандаша,  $y$  – ластика. Тогда  $14x + 3y = 107$ . Заметим, что  $107 - 14x = 3(36 - 5x) + x - 1$  должно быть кратно 3. Это возможно при  $x = 1, 4, 7$ . Ввиду того, что цена карандаша отличается от цены ластика не более, чем на 5 рублей, подходит только  $x = 7, y = 3$ .

6. На числовой прямой отмечены точки с координатами 0, 1, 2, 3, 5, 8, 2016.

Рассматривается множество длин отрезков с концами в этих точках. Сколько элементов оно содержит?

**ОТВЕТ: 14.**

**Решение:** Заметим, что точки 0, 1, 2, 3, 5, 8 образуют отрезки всех длин от 1 до 8. Кроме того, 2016 образует отрезки различных длин с каждой из этих точек.