ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 03 (БАРНАУЛ, 10-11 классы) : возможные решения

Задание 1:

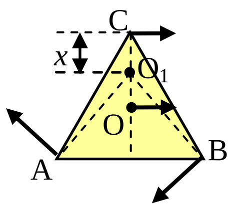
Вопрос: В некоторый момент времени величины скоростей двух концов недеформируемого стержня, совершающего движение в плоскости, оказались равны. Как в этот момент времени может двигаться центр этого стержня? Опишите все возможные варианты.

Задача: Равносторонний треугольник ABC, вырезанный из плоского однородного листа жести, скользит по гладкой горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени величины скоростей двух его вершин (A и B) оказались равны друг другу, а величина скорости третьей вершины (C) – в два раза меньше их скоростей. Найти расстояние, на которое сместится центр треугольника за время одного полного оборота треугольника вокруг вертикальной оси. Длина стороны треугольника равна a .

Ответ на вопрос: Прежде всего заметим, что у недеформируемого стержня равные по модулю скорости концов должны быть направлены так, что их проекции на стержень тоже равны (это условие следует из постоянства длины стержня). Поэтому их проекции на ось, перпендикулярную стержню, также должны быть равны по величине, то есть они либо равны друг другу, либо противоположны. Если они равны (то есть равны не только величины скоростей, но и сами векторы скорости концов стержня), то весь стержень движется поступательно, и тогда скорость его центра равна скорости концов. Если они направлены противоположно, а составляющая скоростей вдоль стержня равна нулю (скорости концов противоположны и перпендикулярны стержню), то стержень вращается вокруг покоящегося центра. Если они направлены противоположно, а составляющая скоростей вдоль стержня отлична от нуля, то центр стержня движется вдоль стержня со скоростью, равной этой составляющей, а стержень при этом вращается вокруг него. К тем же результатам можно прийти, если для непоступательного движения стержня обратить внимание на то, что из равенства модулей скоростей следует, что они равноудалены от мгновенного центра вращения, и мгновенный центр вращения лежит на срединном перпендикуляре к стержню. Поэтому скорость центра при неравенстве векторов скоростей концов либо ноль (центр стержня и есть мгновенный центр вращения), либо направлена вдоль стержня.

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Поскольку скорости вершин A и B равны по величине, то мгновенный центр вращения треугольника O_1 лежит на срединном перпендикуляре к стороне AB. Если x – расстояние от O_1 то вершины C, то по условию $v_C = \omega x = \frac{v_A}{2} = \frac{\omega}{2}\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}$ (здесь ω – угловая скорость вращения). Из этого соотношения находим,



что $x = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Поскольку расстояние от центра масс треугольника (совпадающего с его геометрическим центром O) до вершин равно $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$, то расстояние от мгновенного центра вращения до центра масс $r = R - x = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Таким образом, скорость центра масс $v_O = \omega r = \omega\frac{a}{2\sqrt{3}}$. Центр масс треугольника на гладкой горизонтальной поверхности движется равномерно и прямолинейно. Это значит, что за время одного оборота стержня $T = \frac{2\pi}{\omega}$ центр масс сместится на расстояние $s = v_O T = \frac{\pi a}{\sqrt{3}}$.

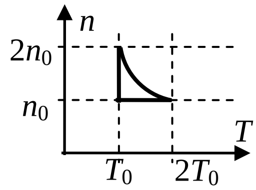
ОТВЕТ: $s = \dfrac{\pi a}{\sqrt{3}}$.

Максимальная оценка: 20 баллов.

Задание 2:

Вопрос: У какого процесса с идеальным газом диаграмма процесса в координатах «полученное газом количество теплоты – совершенная им работа» описывается соотношением $Q = Q_0 + A - A_0$ (Q_0, A_0 - начальные значения для данного процесса)? Как в таком процессе вычислить работу газа через параметры начального и конечного состояния?

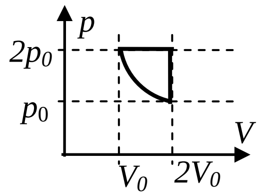
Задача: Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «концентрация молекул-температура» показан на рисунке. Найти максимальное КПД этой тепловой машины (т.е в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы – гипербола $nT = const$.



Ответ на вопрос: Из первого начала термодинамики следует, что в данном процессе внутренняя энергия газа не изменяется. Поскольку внутренняя энергия постоянного количества идеального газа зависит только от температуры, то таким процессом является изотермический процесс. В изотермическом процессе работа может быть вычислена как площадь под кривой процесса в координатах давление-объем. Для изотермы с температурой T зависимость $p(V) = \dfrac{\nu RT}{V}$, поэтому $A_{12} = \nu RT \cdot \ln\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right) = p_1 V_1 \ln\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)$.

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Построим диаграмму цикла в координатах давление-объем: цикл состоит из изохорного охлаждения (процесс с $n = const$), изотермического сжатия, и изобарного расширения (процесс $nT = const$ – из основного уравнения молекулярно-кинетической теории следует, что при этом $p = const$). На диаграмме введены обозначения $p_0 \equiv n_0 k T_0$, $V_0 \equiv N/(2n_0)$. Работа газа за цикл равна разности работ в изохорном и изотерическом процессах: $A = 2p_0V_0[1 - \ln(2)]$. Газ получает тепло только в процессе изобарного расширения, поэтому теплота нагревателя $Q_H = 2p_0V_0 + \dfrac{3}{2}(4p_0V_0 - 2p_0V_0) = 5p_0V_0$. Таким образом, $\eta = \dfrac{A}{Q_H} = \dfrac{2[1-\ln(2)]}{5}$.



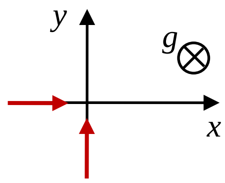
Ответ: $\eta = \dfrac{2[1-\ln(2)]}{5} \approx 12{,}3\%$.

Максимальная оценка: 20 баллов.

Задание 3:

Вопрос: Определите условия, при выполнении которых заряженная частица в однородном магнитном поле при наличии еще и постоянной силы другой природы, может двигаться равномерно-прямолинейно (такое движение называют «дрейфовым»).

Задача: Электростатическая пушка «выстреливает» наночастицы с удельным зарядом $\beta = +5 \cdot 10^{-5}$ Кл/кг со скоростью $v = 3500$ м/с. Выстрелы производились горизонтально в вакуумированном пространстве, в котором было создано магнитное поле, линии индукции которого также горизонтальны. Оказалось, что существуют



два взаимно перпендикулярных направления, в которых наночастицы двигаются после выстрела прямолинейно. Связав с этими направлениями систему координат, найдите направление и величину индукции магнитного поля. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ на вопрос: Для равномерно-прямолинейного движения необходимо, чтобы сумма приложенных к частице сил равнялась нулю. Поэтому при таком движении сила Лоренца, действующая на частицу со стороны магнитного поля, должна уравновешивать постоянную силу другой природы: $q[\vec{v} \times \vec{B}] = \vec{F}$. Для выполнения этого требования необходимо, чтобы вектора $\vec{v}$ и $\vec{B}$ были перпендикулярны линии действия силы $\vec{F}$, а перпендикулярная $\vec{B}$ составляющая скорости частицы должна иметь величину $v_\perp = \dfrac{F}{|q|B}$. Продольная (параллельная $\vec{B}$) составляющая скорости при этом может быть любой.

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Прямолинейное движение частицы при наличии магнитного поля и поля тяжести возможно только как дрейфовое движение, описанное в ответе на вопрос. Поэтому линии индукции магнитного поля должны проходить так, чтобы перпендикулярные $\vec{B}$ составляющие скоростей вдоль обоих «особых» направлений, которые у нас выбраны в качестве направлений осей x и y, были равны. Для этого перпендикуляр к $\vec{B}$ должен быть биссектрисой угла между скоростями, а величина индукции должна быть равной $B = \dfrac{mg}{qv_\perp} = \dfrac{g\sqrt{2}}{\beta v} \approx 80{,}8$ Тл. С учетом знака заряда (сила Лоренца в обоих случаях должна быть направлена вверх) находим, что $\vec{B}$ должна быть направлена «влево-вверх», под углом 45° к оси y. В выбранной системе координат $\vec{B} = \left(-\dfrac{g}{\beta v}, \dfrac{g}{\beta v}\right) = \left(-\dfrac{400}{7}, +\dfrac{400}{7}\right)$ Тл.

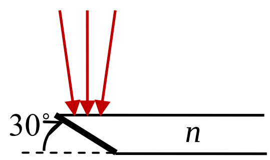
ОТВЕТ: вектор $\vec{B} = \left(-\dfrac{g}{\beta v}, \dfrac{g}{\beta v}\right) = \left(-\dfrac{400}{7}, +\dfrac{400}{7}\right)$ Тл, величина индукции $B = \dfrac{g\sqrt{2}}{\beta v} \approx 80{,}8$ Тл.

Максимальная оценка: 20 баллов.

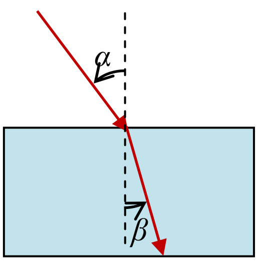
Задание 4:

Вопрос: Сформулируйте закон преломления света. При каких условиях он применим?

Задача: Плоскопараллельная пластина, изготовленная из прозрачного материала с показателем преломления $n = \sqrt{2} \approx 1{,}41$, срезана с одной стороны под углом 30°, и срез покрыт хорошо отражающим слоем. Узкие пучки параллельных световых лучей, излучаемые лазером, направляются на пластину в плоскости, перпендикулярной ребру среза, таким образом, что они отражаются от среза. При каких углах падения эти пучки попадут на край пластины, противоположный срезу, с интенсивностью, близкой к исходной? Размеры пластины очень значительно превышают ее толщину.



Ответ на вопрос: Закон преломления света можно сформулировать следующим образом: «При падении светового луча на границу раздела прозрачных сред различной оптической плотности он испытывает преломление. Луч падающий, луч преломленный и нормаль к границе раздела сред в точке падения лежат в одной плоскости. Отношение синусов углов падения (α) и преломления (β) равно постоянной для данных сред величине, называемой относительным показателем преломления этих сред: $\dfrac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n$ (закон Снеллиуса).» Относительный показатель преломления равен отношению скоростей распространения света в первой и второй средах.



Этот закон является одним из законов геометрической оптики, поэтому он справедлив только в соответствующем приближении, то есть в случае, когда характерные размеры оптических неоднородностей и поперечные размеры световых пучков много больше длины световой волны. Кроме того, при падении из оптически менее плотной среды (при $n<1$) для углов падения, превышающих угол полного внутреннего отражения $\alpha \geq \alpha_c = \arcsin(n)$, преломленный луч отсутствует.

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Для того, чтобы световой луч дошел до края длинной тонкой пластины, почти не потеряв в интенсивности, он должен при отражении от граней пластины испытывать полное внутреннее отражение. Значит, угол его падения на грани пластины

должен превышать угол $\alpha_c = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Рассмотрим два возможных случая отклонения луча от нормального падения (см. рисунок):

1) Отклонение «вправо» от нормали (будем для этого случая считать угол падения α и соответствующий ему угол преломления β положительными). Как видно из построения в этом случае, угол падения на грань пластины после отражения от среза $\alpha_1 = \frac{\pi}{3} - \beta$, то есть для полного отражения нужно, чтобы $\frac{\pi}{3} - \beta \geq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow \beta \leq \frac{\pi}{3} - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Для угла падения это означает, что $\sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta) \leq n \cdot \sin\left[\frac{\pi}{3} - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right] = \frac{\sqrt{3(n^2-1)}-1}{2}$. Итак, для этого случая $\alpha \leq \arcsin\left(\frac{\sqrt{3(n^2-1)}-1}{2}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) \approx 21{,}5°$. Следует отметить, что при любых α для заданного $n=\sqrt{2}$ угол $\beta \leq 45°$, поэтому $\alpha_1 > 0$ – направление падения отраженного от среза луча измениться не может.

2) Отклонение «влево» от нормали ($\alpha < 0$ и $\beta < 0$). Теперь угол падения на грань пластины после отражения от среза $\alpha_2 = \frac{2\pi}{3} + \beta$, и для полного отражения нужно, чтобы $\frac{2\pi}{3} + \beta \geq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow \beta \geq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{2\pi}{3}$. Соответственно $\sin(\alpha) \geq -\frac{\sqrt{3(n^2-1)}+1}{2}$, и при заданном $n=\sqrt{2}$ это условие выполняется для любых $-90° < \alpha \leq 0$.

Ясно, что в обоих случаях при выполнении условия полного внутреннего отражения в первом отражении луча от грани пластины оно будет выполняться и в последующих отражениях, и луч дойдет до противоположного края пластины.

ОТВЕТ: $-90° < \alpha \leq \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) \approx 21{,}5°$.

Максимальная оценка: 20 баллов.

ИТОГО МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 баллов.