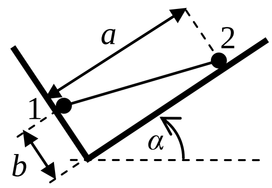
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года

БИЛЕТ № 04 (САРАТОВ, 10-11 классы): возможные решения.

Задание 1:

Вопрос: В каких случаях центр тяжести твердого тела (т.е. точка приложения равнодействующей сил тяжести) совпадает с его центром масс? Ответ объяснить.

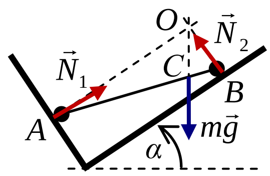
Задача: «Гантель» из легкого жесткого стержня и двух массивных маленьких шариков одинакового радиуса положили в гладкую яму в виде прямого двугранного угла, одна из плоскостей которого составляет угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Оказалось, что гантель находится в равновесии, если отношение расстояний от шариков до вершины угла $\frac{a}{b} \equiv n = 3$. Найти отношение масс шариков.



Ответ на вопрос: В однородном поле тяжести. Действительно, равнодействующая сила должна быть равна сумме составляющих сил, и ее момент относительно выбранной оси должен быть равен сумме моментов составляющих сил. Если направить ось x горизонтально, а ось y – вертикально (по направлению $\vec{g}$), и разбить тело на «материальные точки», то суммарный момент сил тяжести, действующих на эти точки, $M = \sum m_i g \cdot x_i = g \sum m_i \cdot x_i = mg \cdot x_{ЦМ}$, где m - масса тела, а $x_{ЦМ}$ - координата его центра масс. Таким образом, в однородном поле тяжести точкой приложения равнодействующей сил тяжести действительно является его центр масс.

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: В состоянии равновесия сумма моментов сил тяжести и сил нормальной реакции, действующих на гантель, должна быть равна нулю. Если считать моменты относительно точки *O*, находящейся на пересечении линий действия сил нормальной реакции, то становится ясно, что и момент силы тяжести относительно этой точки должен быть равен нулю, и поэтому линия действия силы тяжести (а это вертикаль, проходящая через центр масс гантели) должна проходить через точку *O*. Значит, центр масс гантели находится в точке *C*, и $\frac{m_2}{m_1} = \frac{|AC|}{|BC|}$.



Пусть величина угла $O\hat{C}B \equiv \beta$. Тогда, поскольку $C\hat{O}B = \alpha$, то по теореме синусов $|BC| = a\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$. Аналогично $|AC| = b\frac{\sin((\pi/2)-\alpha)}{\sin(\pi-\beta)} = b\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\beta)}$. Следовательно:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{b}{a} ctg(\alpha) = 3\sqrt{3} \approx 5{,}2 .$$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{b}{a} ctg(\alpha) = 3\sqrt{3} \approx 5{,}2$.

Максимальная оценка: 20 баллов.

Задание 2:

Вопрос: В герметичном баллоне находятся одинаковые количества гелия и неона. Снаружи баллона – атмосфера из азота. В стенке баллона прокололи небольшое отверстие. Количество какого из газов (гелия или неона) будет больше спустя небольшое время после этого?

Задача: Вертикальная гладкая трубка с запаянными концами разделена на две части маленькой каплей ртути. Над каплей находится неон, под ней – гелий (газы не проникают мимо ртутной «пробки»), причем массы газов одинаковы. Изначально капля находилась точно посередине трубки. Во сколько раз нужно увеличить абсолютную температуру газов, чтобы капля стала делить объем трубки в соотношении 1:2?

Ответ на вопрос: Неона. Уменьшение количества газа зависит от того, сколько его молекул успело покинуть баллон. Количество вылетевших за малое время молекул, в свою очередь, зависит от площади отверстия, концентрации и скорости молекул. Для двух газов изначально совпадают все эти характеристики, кроме скоростей молекул – так как молекулы гелия более легкие, то при той же температуре (то есть при той же средней кинетической энергии молекул) они движутся с большими скоростями. Значит, за малое время вылетит больше молекул гелия, а останется больше молекул неона. Внешняя атмосфера на этот процесс не влияет.

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Вес капли массой M уравновешивается разностью сил давления газов, то есть $Mg = p_1S - p_2S$. Из уравнения Менделеева-Клапейрона для каждого газа $pSl = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow pS = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{l}$ (l - длина занятого газом участка трубки, а m - его масса). При начальной температуре T длины участков равны половине длины трубки: $l_1 = l_2 = \frac{L}{2}$. При конечной температуре T': $l_1' = \frac{2L}{3}$, $l_2' = \frac{L}{3}$ (видно, что давление гелия при нагревании будет расти быстрее, чем давление неона, и поэтому поршень будет подниматься). Следовательно,

$$Mg = \frac{m}{\mu_1}\frac{2RT}{L} - \frac{m}{\mu_2}\frac{2RT}{L} = \frac{m}{\mu_1}\frac{3RT'}{2L} - \frac{m}{\mu_2}\frac{3RT'}{L} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{4(\mu_2 - \mu_1)}{3(\mu_2 - 2\mu_1)}.$$

С учетом того, что молярные массы гелия $\mu_1 = 4$ г/моль и неона $\mu_2 = 20$ г/моль, то $\frac{T'}{T} = \frac{16}{9}$.

Ответ: $\frac{T'}{T} = \frac{4(\mu_2 - \mu_1)}{3(\mu_2 - 2\mu_1)} = \frac{16}{9} \approx 1{,}78$.

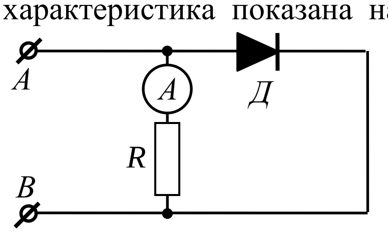
Максимальная оценка: 20 баллов.

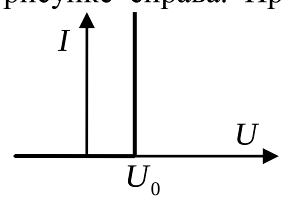
Задание 3:

Вопрос: Опишите различие в механизме проводимости примесных полупроводников разного типа.

Задача:

В схеме, показанной на рисунке слева, диод *Д* не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. При подключении к клеммам A и B одного аккумулятора амперметр показывает ток $I_1 = 0{,}36$ А, при подключении двух таких аккумуляторов, соединенных последовательно – ток $I_2 = 0{,}48$ А, трех – ток $I_3 = 0{,}50$ А. При последовательном подключении четырех таких аккумуляторов ток в ветви с амперметром остается равным $I_3 = 0{,}50$ А. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, а также сопротивление резистора R, если пороговое напряжение диода $U_0 = 4{,}5$ В. Внутреннее сопротивление амперметра пренебрежимо мало.





Ответ на вопрос: Примесные проводники разделяют на полупроводники n-типа и p-типа в зависимости от того, является примесь «донорной» (в этом случае атом примеси имеет лишний валентный электрон по сравнению с атомом самого полупроводника, и этот электрон, перемещается по решетке полупроводника) или «акцепторной» (напротив, атом примеси имеет на один электрон меньше, и эффективно захватывает электрон, принадлежащий соседнему атому решетки полупроводника, тот, в свою очередь, также производит захват, и в результате происходит перемещение по кристаллу «дырки» - незанятой электронной вакансии). Таким образом, можно говорить, что в полупроводниках n-типа свободными носителями заряда являются электроны (это «электронный» механизм проводимости), а в полупроводниках p-типа – «дырки» («дырочный» механизм проводимости).

Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Если диод находится в открытом состоянии, то напряжение на нем равно U_0. Поэтому в этом случае ток в ветви с амперметром и резистором $I_R = \dfrac{U_0}{R}$, и не зависит от ЭДС и внутреннего сопротивления источника (и поэтому не зависит от количества подключенных аккумуляторов). Если же диод заперт, то для схемы с n аккумуляторами, ЭДС и внутреннее сопротивление каждого из которых равны соответственно $\mathcal{E}$ и r, $I_R = \dfrac{n\mathcal{E}}{R+nr}$. Режим с запертым диодом реализуется, если напряжение на резисторе меньше U_0: $I_R R < U_0 \Rightarrow n\mathcal{E}R < (R+nr)U_0 \Rightarrow n < \dfrac{RU_0}{\mathcal{E}R - U_0 r}$. Поэтому данные условия свидетельствуют о том, что при $n = 1{,}2$ диод заперт, а при $n = 3{,}4...$ диод открыт. Следовательно: $I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, $I_2 = \dfrac{2\mathcal{E}}{R+2r}$, а $I_3 = \dfrac{U_0}{R} \Rightarrow R = \dfrac{U_0}{I_3} = 9$ Ом. Исключая ЭДС из первых двух соотношений, находим, что $r = \dfrac{2I_1 - I_2}{2(I_2 - I_1)} \dfrac{U_0}{I_3} = 9$ Ом, а затем получаем выражение для ЭДС: $\mathcal{E} = \dfrac{I_1 I_2}{2I_3(I_2 - I_1)} U_0 = 6{,}48$ В. Можно убедиться, что найденные параметры приводят к значению $\dfrac{RU_0}{\mathcal{E}R - U_0 r} = \dfrac{25}{11} \approx 2{,}3$, то есть действительно диод открывается именно при добавлении третьего аккумулятора.

ОТВЕТ: $\mathcal{E} = \dfrac{I_1 I_2}{2I_3(I_2 - I_1)} U_0 = 6{,}48$ В, $r = \dfrac{2I_1 - I_2}{2(I_2 - I_1)} \dfrac{U_0}{I_3} = 9$ Ом, $R = \dfrac{U_0}{I_3} = 9$ Ом.

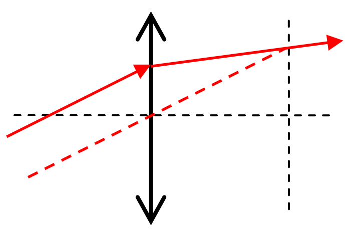
Максимальная оценка: 20 баллов.

Задание 4:

Вопрос: Опишите способ построения продолжения произвольного параксиального луча, падающего на поверхность тонкой собирающей линзы (в любой точке под любым углом).

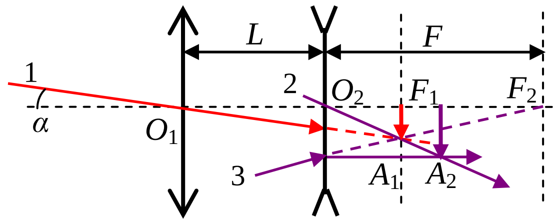
Задача: С помощью объектива, состоящего из собирающей и рассеивающей линзы, величины фокусных расстояний которых совпадают ($F_1 = -F_2 \equiv F$), расположенных на общей оси на расстоянии $L = \dfrac{2}{3}F$ друг от друга, получили на экране изображение Солнца. Затем точно такое же по размеру изображение Солнца на этом экране удалось получить с помощью одной линзы. Чему равно ее фокусное расстояние?

Ответ на вопрос: Для построения продолжения произвольного луча можно использовать тот факт, что тонкая собирающая линза собирает параллельные лучи так, что они пересекаются в фокальной плоскости линзы. Поэтому достаточно построить вспомогательный луч, параллельный рассматриваемому и проходящий через оптический центр линзы без преломления. Эти лучи должны пересечься в фокальной плоскости (см. рисунок).



Максимальная оценка: 5 баллов.

Решение задачи: Поскольку расстояние до Солнца значительно превосходит величину фокусного расстояния любой из рассматриваемых линз, то его изображение, создаваемое любой собирающей линзой, будет находиться в ее фокальной плоскости и будет иметь радиус $r = F \cdot tg(\alpha)$, где α – половина углового размера Солнца, видимого с Земли (мы считаем, что линзы всегда располагают так, что их оптическая ось направлена на Солнце) Сначала применим это утверждение к первой линзе объектива, и будем рассматривать создаваемое ей изображение мнимым источником для рассеивающей линзы. Проведем построение хода лучей:



Луч 1, идущий от крайней точки Солнца в оптический центр первой линзы объектива, создает изображение этой точки A_1 в фокальной плоскости этой линзы, на расстоянии r от оси. Изображение этой точки, даваемое второй линзой (A_2) можно построить с помощью лучей 2 (идущего через оптический центр второй линзы) и 3 (идущего в дальний фокус второй линзы – после преломления этот луч пойдет параллельно оптической оси системы). Поэтому радиус изображения Солнца, даваемого объективом (r'), можно найти из подобия треугольников: $\dfrac{r'}{r} = \dfrac{|O_2F_2|}{|F_1F_2|} = \dfrac{F}{L} \Rightarrow r' = \dfrac{F^2}{L} tg(\alpha)$. Поскольку изображение, создаваемое одной линзой, имело такой же радиус, то $r' = F' \cdot tg(\alpha) = \dfrac{F^2}{L} tg(\alpha) \Rightarrow F' = \dfrac{F^2}{L} = \dfrac{3}{2}F$.

Ответ: $F' = \dfrac{F^2}{L} = \dfrac{3}{2}F$.

Максимальная оценка: 20 баллов.

ИТОГО МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 баллов.