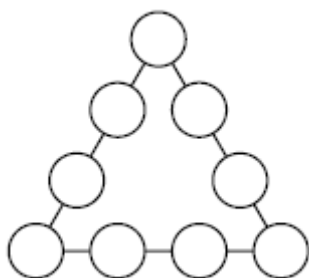


**Олимпиада школьников  
«Покори Воробьевы горы»  
по математике**

Задания заключительного этапа 2015/2016 учебного года для 5–6 класса

---

1. Маша, Катя, Оля и Лена сыграли в домино 22 партии. Известно, что каждая из девочек выиграла хотя бы один раз, причем Оля выиграла больше раз, чем каждая из оставшихся девочек, Катя и Оля в сумме выиграла 13 раз. Сколько раз выиграла Лена?
2. Найдите наименьшее натуральное  $N$ , такое, то  $N$  делится (без остатка) на 12,  $N+2$  – на 14,  $N+4$  – на 16, а  $N+6$  – на 18.
3. Папа, мама, дедушка, бабушка и маленький Алёша сажали картофель. Если бы папа сажал картофель в два раза быстрее, то они бы потратили на 18% меньше времени на посадку. Если бы мама сажала в два раза быстрее, то они потратили бы на 12% меньше времени. Если бы дедушка сажал в два раза быстрее, то потратили бы на 10% меньше времени. Если бы бабушка сажала в два раза быстрее, то они потратили бы на 8% меньше времени. На сколько процентов меньше времени они бы потратили, если бы Алёша сажал картофель в два раза быстрее?
4. Можно ли расставить числа 2020, 2021, ..., 2028 на указанные позиции (см. рис.), так, чтобы сумма чисел стоящих на каждой стороне треугольника была одинаковой?



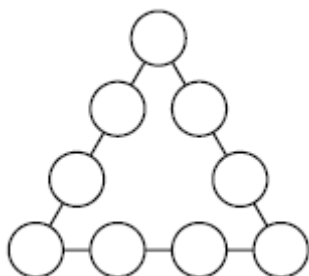
5. Найдите 5 прямоугольников, из которых можно сложить квадрат размера  $15 \times 15$ , причем таких, что все 10 чисел, соответствующие ширине и высоте каждого прямоугольника являются различными целыми числами.

**Олимпиада школьников  
«Покори Воробьевы горы»  
по математике**

Задания заключительного этапа 2015/2016 учебного года для 7-8 класса

---

1. Найдите наименьшее натуральное  $N$ , такое, то  $N$  делится (без остатка) на 12,  $N+2$  – на 14,  $N+4$  – на 16, а  $N+6$  – на 18.
2. Папа, мама, дедушка, бабушка и маленький Алёша сажали картофель. Если бы папа сажал картофель в два раза быстрее, то они бы потратили на 18% меньше времени на посадку. Если бы мама сажала в два раза быстрее, то они потратили бы на 12% меньше времени. Если бы дедушка сажал в два раза быстрее, то потратили бы на 10% меньше времени. Если бы бабушка сажала в два раза быстрее, то они потратили бы на 8% меньше времени. На сколько процентов меньше времени они бы потратили, если бы Алёша сажал картофель в два раза быстрее?
3. Можно ли расставить числа 2020, 2021, ..., 2028 на указанные позиции (см. рис.), так, чтобы сумма чисел стоящих на каждой стороне треугольника была одинаковой?



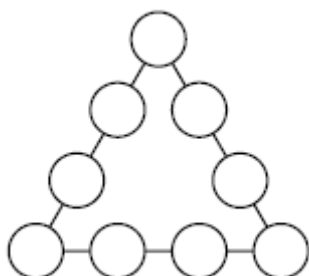
4. Найдите 5 прямоугольников, из которых можно сложить квадрат размера  $15 \times 15$ , причем таких, что все 10 чисел, соответствующие ширине и высоте каждого прямоугольника являются различными целыми числами.
5. Найдите количество 20-значных чисел, сумма цифр которых не превосходит 177.
6. Найдите наименьшее натуральное число  $N$ , такое, что число  $99N$  состоит из одних единиц.

**Олимпиада школьников  
«Покори Воробьевы горы»  
по математике**

Задания заключительного этапа 2015/2016 учебного года для 9 класса

---

1. Папа, мама, дедушка, бабушка и маленький Алёша сажали картофель. Если бы папа сажал картофель в два раза быстрее, то они бы потратили на 18% меньше времени на посадку. Если бы мама сажала в два раза быстрее, то они потратили бы на 12% меньше времени. Если бы дедушка сажал в два раза быстрее, то потратили бы на 10% меньше времени. Если бы бабушка сажала в два раза быстрее, то они потратили бы на 8% меньше времени. На сколько процентов меньше времени они бы потратили, если бы Алёша сажал картофель в два раза быстрее?
2. Можно ли расставить числа 2020, 2021, ..., 2028 на указанные позиции (см. рис.), так, чтобы сумма чисел стоящих на каждой стороне треугольника была одинаковой?



3. Найдите 5 прямоугольников, из которых можно сложить квадрат размера  $15 \times 15$ , причем таких, что все 10 чисел, соответствующие ширине и высоте каждого прямоугольника являются различными целыми числами.
4. Найдите количество 20-значных чисел, сумма цифр которых не превосходит 177.
5. Найдите наименьшее натуральное число  $N$ , такое, что число  $99N$  состоит из одних единиц.
6. Окружность с диаметром  $PQ$  пересекает отрезки  $PR$  и  $QR$  в точках  $A$  и  $B$ , соответственно, причем длина отрезка  $AB$  равна радиусу окружности. Найдите площадь четырехугольника  $PABQ$ , если известно, что  $AR=4$  и  $BR=6$ .
7. Найдите все пары натуральных чисел  $(m, n)$ , для которых выполнено равенство  $m^2 + mn = n + 144$ .